LIBRARY OF
WELLESLEY COLLEGE

PRESENTED BY

Miss Merrill

MANUALI HOEPLI

METODI FACILI

PER RISOLVERE I

PROBLEMI

DI

GEOMETRIA ELEMENTARE

DELL'

Ing. I. GHERSI

CON CIRCA 200 PROBLEMI RISOLTI E 126 INCISIONI

ULRICO HOEPLI
EDITORE-LIBRAIO DELLA REAL CASA
MILANO

1900

PROPRIETÀ LETTERARIA

Gift of Miss Merrill
164726
MATH
QA
459
G45

TIP. A. LOMBARDI di M. BELLINZAGHI - FIORI OSCURI 7. - MILANO

INDICE

	Pag.
Prefazione.	IX
Dei problemi geometrici	1
Soluzione dei problemi geometrici	5
Esame della figura del problema considerato come risolto.	9
Soluzioni con artifizio	29
Metodo dei luoghi geometrici	75
Luoghi geometrici nel piano	80
Applicazioni del metodo dei luoghi geometrici	90
Applicazione ad alcuni dei problemi precedenti	154
Dei metodi indiretti	157
Del metodo di similitudine	157
Appendice	178
Dei varii modi di risolvere uno stesso problema	178
Dei diversi modi di considerare uno stesso problema	189

AVVERTENZE

Per brevità indicheremo il circolo di centro **A** e di raggio **m** con la notazione

A (m)

già adottata in varie pubblicazioni moderne di geometria elementare.

Per non generare confusione i problemi non furono *tutti* numerati, ma di tutti si troverà nel testo, a suo luogo, la soluzione.

PREFAZIONE

Scarseggiano, ma non mancano in Italia libri sul modo di risolvere i problemi di geometria elementare. Non mi sarei dunque accinto a compilarne uno nuovo se non avessi riscontrato in tutti quelli che ho potuto consultare, un difetto (a mio modo di vedere) comune a molti dei libri che si scrivono per le nostre scuole. Intendo parlare dell'eccessivo sviluppo dato all'argomento e del modo di svolgerlo non alla portata degli allievi.

Se lo scopo del libro è semplicemente quello di guidare lo studente nella ricerca della soluzione d'un problema, non vedo il bisogno che siano in esso sviluppati i metodi basati su teorie speciali *che l'allievo dovrebbe imparare appositamente, non essendo svolte nei testi della materia, nè contemplate nei programmi di corso. Ciò che l'allievo impara in iscuola* deve *bastare come* mate-

riale scientifico *alla soluzione dei problemi scolastici. Che se non bastasse, male sarebbe stato proposto il problema, dimenticando come nella scuola esso debba essere null'altro che un mezzo per acuire l'intelletto dell'allievo nella ricerca d'una soluzione con la logica applicazione di verità* a lui già note. *Se a tale condizione non è legato il problema proposto esso perde* verso l'allievo che deve risolverlo *il carattere di* esercizio *sulla materia, per rivestire quello di* indovinello*; e in tal caso anzichè giovare al buon apprendimento della scienza vi fa ostacolo disamorando il giovane dallo studio di essa, sia perchè troppo ardua gli si presenti nelle applicazioni, sia perchè venga in lui a mancare la fiducia nella potenza dei mezzi che essa può mettere a sua disposizione.*

Il giovine studioso, che senta tanto amore per la geometria da provare quell' intimo, purissimo diletto, noto soltanto a coloro che dopo lunghi e faticosi tentativi sono riusciti a trovare la soluzione d'un difficile problema, potrà trovare nei libri speciali e completi *su questo argomento quelle indicazioni e quei metodi che gli permettano di risolvere problemi difficili o di trovare più eleganti soluzioni per quelli più facili. Egli dovrà però esser prima ben istruito nella parte teorica, e non solo in quella compresa nei programma scolastici, ma anche in quella che trovasi sviluppata nei trattati speciali.*

Senza danno del rigore scientifico, ho voluto usare la massima semplicità nella esposizione, avendo potuto nella lunga pratica dell' insegnamento riconoscere come non siano mai troppi gli sforzi che si fanno per mettere il ragionamento scientifico alla portata delle giovani menti.

Ho poi seguito una via opposta a quella dei libri di questo genere, d'autori italiani, riguardo al numero degli esercizi. Tale autore non dà che pochissimi esempii sviluppati, tal'altro moltissimi ne propone senza risolverli. Ora io trovo sì l'uno che l'altro sistema sbagliati.

Non ho quindi proposti problemi senza svilupparne od almeno indicarne la soluzione. Gli aridi elenchi di problemi mi sembrano poco utili per l'allievo; solo il professore dovrebbe in essi scegliere con giusto criterio didattico gli esercizii da proporre allo studio dei suoi discepoli. Ho invece abbondato negli esempii risolti, perchè in un libro come questo è pregio principale la chiarezza, la quale non può meglio conseguirsi che con la pratica e particolareggiata applicazione dei principii teorici ai casi singoli.

Credo di avere così esposto nettamente il mio pensiero sul modo di compilare questa piccola Guida, nè mi si vorrà quindi dar taccia di aver fatto opera incompleta.

Col metodo tenuto nel compilarla e coll' aver resistito alla tentazione, invero fortissima, di svol-

gere più estesamente la materia, mi lusingo di esser riuscito a dare a questo libro quel carattere di pratica utilità che spero lo farà apprezzare tanto da chi insegna come da chi studia; il che sarà il miglior premio alla mia piccola fatica.

Milano, Aprile 1899.

I. GHERSI.

DEI PROBLEMI GEOMETRICI

L'algebra, la trigonometria, la geometria analitica, ecc., offrono per risolvere le quistioni ad esse attinenti, delle norme generali, conosciute le quali non resta che applicarle — con un certo discernimento — al caso proposto per esser condotti in modo direi naturale alla soluzione di esso.

Non altrettanto può dirsi della geometria, la quale non presenta per la soluzione dei suoi problemi che poche norme generali la cui applicazione sistematica, oltre al non riuscire sempre facile, può condurre a costruzioni ben più lunghe e difficili di quelle che con speciali artifici possono invece risolvere il problema.

Se ciò costituisce dal punto di vista scientifico un difetto, deve considerarsi invece dal lato didattico come un vantaggio della geometria sugli altri rami della matematica. Infatti le difficoltà che i problemi geometrici presentano non solo in sè stessi, ma anche e specialmente per la deficienza di criterii generali di soluzione,

costringono l'allievo a meditare ed a passare in rassegna nella sua mente le verità geometriche già imparate nell'intento di farne utile applicazione al caso che studia. Lavoro questo dal quale la mente non può che trarre grandissimo vantaggio.

Nè deve trascurarsi la più intensa soddisfazione morale che va unita alla scoperta d'una soluzione alla quale il giovane sente di essere pervenuto per tutto merito proprio, anzichè per la banale via delle equazioni algebriche, delle formole trigonometriche, ecc., ecc.

Passiamo dunque all'indicazione del modo da tenere nella ricerca della soluzione dei problemi geometrici in generale, per accennare poi ai più facili artifici atti a meglio conseguire lo scopo.

Nel problema geometrico si tratta di trovare una figura che abbia con una o più figure date, relazioni determinate sia di grandezza che di posizione.

Il problema ha un certo numero di *dati* e deve soddisfare a determinate *condizioni*.

Esempio. — *Dati una retta* **m** *ed un circolo* **s**, *costruire il circolo di raggio* **r** *tangente ad entrambi.*

Le condizioni del problema sono:

1.° Che il circolo da costruire abbia raggio dato *r*.

2.° Che esso tocchi la retta data *m*.

3.° Che esso tocchi il circolo dato *s*.

Il problema sarà risolto trovando la *posizione*

che deve avere il *centro* del circolo cercato, relativamente a quelle della retta m e del circolo s, perchè descrivendo esso circolo col dato raggio r riesca tangente a tali linee date.

La *possibilità* o meno di risolvere un problema geometrico dipende dalla grandezza e dalla posizione dei suoi dati.

Esempio. — *Condurre le tangenti ad un circolo dato* **S** *per un punto* **M** *del suo piano.*

1.° Caso. — Il punto M è *esterno* al circolo dato S. Il problema ammette *due* soluzioni.

2.° Caso. — Il punto M è *sulla* circonferenza S. Il problema ammette *una* sola soluzione.

3.° Caso. — Il punto M è *interno* alla circonferenza S. Il problema è *impossibile*.

Nel problema proposto si potrà esprimere questa *impossibilità* dicendo che il problema è possibile quando la distanza d fra il punto dato M ed il centro del circolo dato S sia *maggiore* od *uguale* al raggio r di tale circolo, ossia quando si abbia:

$$d \geqq r$$

Od, in altri termini, che il problema è *impossibile* quando

$$d < r$$

Esempio. — *Costruire un triangolo essendo dati i suoi lati* **a b c.**

Il problema è solo *possibile* quando la somma di due *qualunque* dei suoi lati sia maggiore

del terzo, ossia quando si verifichi una delle disuguaglianze

$$a+b>c$$
$$a+c>b$$
$$b+c>a$$

Notisi che tale *impossibilità* di risolvere un problema non è che *relativa,* cioè dipendente come si è detto dalla grandezza e posizione dei dati.

Infatti i problemi proposti ad esempio sono nella loro essenza *possibili*; e si potrebbe dire che ammettono due, una o *nessuna* soluzione a seconda dei dati; il non ammettere soluzione alcuna costituisce l'impossibilità di risolvere il problema *coi dati proposti.*

Un problema sarebbe *impossibile* in modo *assoluto* (in senso generale) quando vi fosse *incompatibilità* fra i suoi dati o condizioni.

Esempii. — 1.° *Dati quattro punti far passare per essi una circonferenza.*

2.° *Costruire un triangolo isoscele data la base, l'angolo opposto e l'altezza.*

3.° *Con raggio dato costruire un circolo che passi per un punto dato e tocchi due dati circoli.*

In questi esempii si ha impossibilità per esuberanza nel numero delle *condizioni.*

È da osservare però come anche questa impossibilità cessi di essere *assoluta* quando i dati siano proposti in modo *particolare.*

Così se traccio una circonferenza e scelgo su

di essa i quattro punti proposti nell' esempio 1.°, il problema si potrà risolvere; ma noi non dobbiamo mai ammettere restrizione alcuna nella assegnazione dei dati. Se si tratta di quattro punti dati, dobbiamo sempre immaginarceli *comunque* disposti nel piano o nello spazio, secondochè si tratta di un problema di geometria piana e di geometria dello spazio.

Riassumendo potremo dunque dire che il problema è *corretto* ed ammetterà nessuna, una, due o *più* soluzioni, ma in numero limitato, quando i dati e le condizioni siano in numero *necessario* e *sufficiente* per determinarlo.

Se avremo eccesso di condizioni il problema sarà *impossibile*.

Se ne avremo invece difetto, il problema sarà *indeterminato*.

SOLUZIONE DEI PROBLEMI GEOMETRICI

Per risolvere un problema *determinato* occorre:

1.° Trovare il modo da seguire nella costruzione.

2.° Dimostrarne l' esattezza.

3.° Discutere la soluzione, cioè indicare entro quali limiti devono stare i dati affinchè il problema ammetta *effettivamente* una od un certo numero di soluzioni.

Ci occuperemo dapprima del modo da seguire per trovare la costruzioue che risolve il pro-

blema. Nei singoli esempi verremo poi *dimostrando* l'esattezza di essa e ne faremo la *discussione,* quando ne sia il caso.

Noi scriviamo per gli *allievi* delle nostre scuole secondarie e non per i *dilettanti* o per gli studenti delle scuole superiori. Non ci occuperemo perciò dei modi di riconoscere se la soluzione d'un problema sia possibile col solo uso della riga e del compasso, cioè per mezzo di rette e di circoli soltanto. Ammetteremo senz'altro che i problemi proposti si possano risolvere con tali mezzi semplici, e si riducano quindi a queste operazioni fondamentali:

1.° Dati due punti, condurre per essi una retta indefinita.

2.° Dati il centro ed il raggio (oppure un punto) di una circonferenza descriverla.

Evidentemente tanto la retta quanto la circonferenza possono essere determinati altrimenti, ma il *tracciamento* di tali linee dovrà sempre ridursi alle condizioni indicate.

Così una retta può essere *individuata*

a) Mediante un punto e la condizione di essere parallela ad una retta data.

b) Mediante un punto e la condizione di essere perpendicolare ad una retta data.

Ed un circolo può essere *individuato.*

c) Mediante tre punti della sua circonferenza.

d) Mediante il centro e la condizione di essere tangente ad una retta data, ecc.

Ma per *tracciare* effettivamente la retta od il

circolo, sarà sempre necessario individuare gli *elementi* in principio indicati.

La ripetizione di queste operazioni fondamentali, per un certo numero di volte, conduce alla soluzione del problema e la soluzione stessa è tanto più semplice *graficamente* quanto minore è il numero delle operazioni stesse che richiede.

Notisi che a tale *semplicità* si è spesse volte condotti da ragionamenti più complicati, mentre i ragionamenti più facili, meno *ricercati* conducono in genere a soluzioni più complicate dal lato grafico.

Di questa complicazione puramente *grafica*, cioè riguardante l'uso materiale degli strumenti, noi non ci occuperemo, rimandando il lettore alle ottime pubblicazioni (1) dovute al Sig. E. Lemoine, celebre (2) matematico francese.

Osserveremo soltanto come la maggiore semplicità di costruzioni giovi alla *precisione grafica* del risultato, e si traduca in una minore perdita di tempo. La *Geometrografia* dovrebbe

---

(1) *La Géométrographie ou l' art des constructions géométriques.*

(2) Alla squisita cortesia del Sig. Lemoine, direttore dell' " Intermédiaire des Mathématiciens „ debbo alcune preziose indicazioni delle quali mi è grato rinnovargli qui sentiti ringraziamenti, nonchè dell' incoraggiamento di cui volle essere largo a questa e ad altre mie pubblicazioni. In una Monografia sul problema " Dei Circoli tangenti a tre circoli dati „ indicherò parecchie mie soluzioni nuove ed una del Sig. Lemoine oltremodo elegante, da lui gentilmente comunicatami.

quindi essere oggetto di studio serio per parte dei professori di disegno geometrico, e dei disegnatori in genere.

Quanto allo scopo per il quale si tracciano le rette od i circoli determinati dalle enunciate condizioni, essa è per lo più la determinazione di un *punto*.

Nei casi più semplici che solo dobbiamo considerare, esso può risultare come intersezione

1.° di due rette,
2.° di una retta con un circolo,
3.° di due circoli.

Ora osserviamo che due rette non possono avere più di *un* punto comune; dunque se la soluzione del problema dipende da una intersezione di tal genere, essa sarà unica.

Se invece la soluzione dipende dall'intersezione d'una retta con un circolo potranno presentarsi tre casi:

1.° *Il circolo* **non è segato** *dalla retta*
2.° » **è toccato** » »
3.° » **è segato** » »

Nel primo caso il problema, in dipendenza dalla posizione e dalla grandezza dei suoi dati non ammetterà alcuna soluzione.

Nel secondo caso ne ammetterà una sola, corrispondente al punto di contatto della retta col circolo.

E nel terzo caso ne ammetterà *due* che dipenderanno dai *due* punti d'intersezione della retta col circolo.

Le stesse considerazioni fatte per l'interse-

zione d'una retta con un circolo valgono evidentemente per le intersezioni di due circoli.

Senza ripeterci ad ogni problema del quale daremo la soluzione, ci riferiremo alle considerazioni suesposte per quanto riguarda il numero delle soluzioni che esso può ammettere; ci basterà quindi l'aver dimostrato come la sua soluzione dipenda dall'intersezione di due rette, di una retta con un circolo, o di due circoli.

Esame della figura del problema considerato come risolto.

Il miglior metodo da seguire per risolvere un problema di geometria è quello di considerarlo come risolto costruendo una figura che appunto corrisponda a tale soluzione, figura che sarebbe quella cercata quando certi elementi corrispondessero veramente ai dati, sia per grandezza che per posizione.

L'esame attento, accurato di tale figura mette nella maggior parte dei casi sulla buona via per trovare la soluzione cercata, sia col porre in evidenza certe relazioni tra gli elementi della stessa figura, sia col facilitare il riferimento del quesito proposto ad altro che già si sappia risolvere o del quale sia più facile il trovare la soluzione.

Questo esame dovrà dunque aver di mira di *trovare linee ed angoli che, senza esser dati,*

possano determinarsi facilmente per mezzo degli elementi dati. Si cercherà poi di *scoprire una parte della figura che sia di per sè stessa determinata dagli elementi dati e possa quindi, una volta tracciata, servire a determinare le altre parti della figura.*

Naturalmente questo esame non può essere fecondo di buoni risultati senza la perfetta conoscenza dei teoremi fondamentali sui quali si basa la soluzione dell'*esercizio* proposto.

Quanto più ricco sarà il corredo di cognizioni teoriche, di *proprietà* delle *figure geometriche* in possesso dell' allievo, tanto più facile gli riuscirà il risolvere il problema.

Ma neanche questo sarebbe sufficiente senza quell' *acume nell' indagine* che è in parte innato e in parte si acquista coll' abitudine.

Non sempre però l' esame della semplice figura del problema risolto basta a farne trovare la soluzione. Sovente il ricorrere ad una o più linee nuove, opportunamente scelte vi conduce più facilmente. Ma la scelta di queste nuove linee non è soggetta a *metodo* alcuno e dipende unicamente da quell' *acume d' indagine geometrica* al quale abbiamo poc' anzi accennato. E perchè non soggetta a norme fisse si può designare tale introduzione di linee estranee alla figura col nome di *artifizio*. Nondimeno l' esercizio e sopratutto la conoscenza delle proprietà fondamentali delle figure possono rendere facile il trovare di questi artifizii, e ne daremo perciò alcuni esempi.

Problema 1. — *Costruire un triangolo conoscendo l'altezza e la mediana relative ad un lato e sapendo che questo lato è doppio d'uno degli altri due.*

Soluzione. — Possiamo subito costruire (fig. 1) il triangolo rettangolo AHM avente la mediana

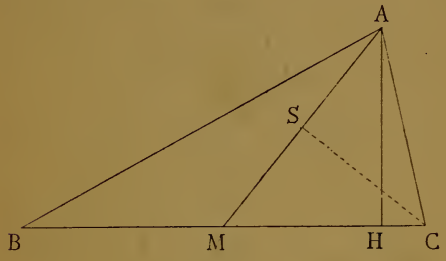

Fig. 1.

per ipotenusa e l'altezza per un cateto. Per la condizione imposta $a = 2b$ avremo (1):

$$MC = \frac{a}{2} = b$$

per cui il triangolo AMC sarà *isoscele*. Se ne troverà il vertice C alzando la perpendicolare sul mezzo S della mediana; si porterà poi MC in MB.

Problema 2. — *Costruire un triangolo isoscele conoscendo l'altezza* **h** *e la mediana* **m** *relative ad uno dei lati uguali.*

---

(1) Indicheremo, secondo l'uso, con A, B, C gli angoli del triangolo e con a, b, c i lati *rispettivamente* opposti a detti angoli.

Soluzione. — Cominciamo col costruire (fig. 2) quella parte della figura che è determinata dai dati, ossia il triangolo *CMH*, nel quale

$$CH = h$$
$$CM = m$$

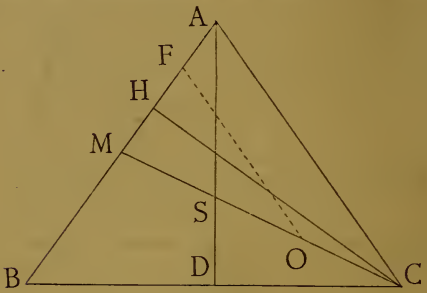

Fig. 2.

Considerando il triangolo *CAM* si vede come in esso si verifichino queste proprietà:

$$CS = 2\,MS$$
$$\frac{AC}{AM} = \frac{CS}{MS}$$

poichè *AD* è mediana e bisettrice.

La forma di tale triangolo è dunque nota; portiamo da *M* in senso opposto a *B* il segmento $MF = 1$ e poi seghiamo la *MC* in *O* con un circolo di raggio $FO = 2$; il triangolo *MFO* sarà simile a quello da costruire *MAC*, per cui basterà condurre da *C* la parallela ad *OF* per avere *A*, ecc.

Problema 3. — *Costruire un triangolo dati un lato* **a**, *la differenza degli altri due* $b-c$, *e la differenza dei due angoli a questi opposti* $B-C$.

Soluzione. — Dall'esame della figura relativa al problema supposto risolto (fig. 3) risulta che portando $AD = AB$ si ha:

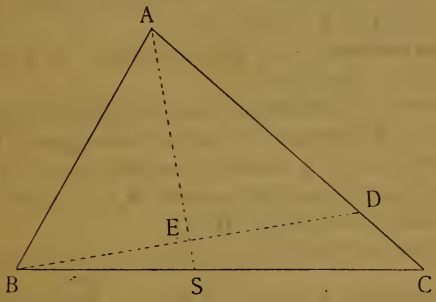

Fig. 3.

$$\widehat{DBC} + \widehat{DCB} = \widehat{ADB} = \widehat{ABD}$$

ossia

$$\widehat{DBC} + \widehat{DCB} = \widehat{ABC} - \widehat{DBC}$$

da cui

$$2\,\widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{DCB}$$

ed infine

$$\widehat{DBC} = \frac{1}{2}(B - C)$$

Dunque si può subito costruire il triangolo CDB nel quale:

BC è il lato dato a

CD è la differenza data $b-c$

$\widehat{DBC}$ è $\frac{1}{2}(B-C)$

La perpendicolare innalzata sul mezzo E di BD darà poi il vertice A.

Osservazione. — In modo analogo si possono risolvere i problemi:

Costruire un triangolo conoscendone due angoli **B**, **C** *e la differenza dei lati ad essi opposti* **b—c**.

Costruire un triangolo conoscendone un lato **e**, *la bisettrice* **m** *dell' angolo* **A** *e la differenza degli altri due angoli* **B—C**.

Il triangolo BAS (fig. 3) si può costruire poichè si conoscono $AS = m$; $AB = c$; $\widehat{ASB} = 90° - \frac{1}{2}(B-C)$ come si rileva dal triangoletto BES rettangolo in E.

Problema 4. — *Circoscrivere un quadrato, di cui è noto il lato, ad un altro quadrato dato.*

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 4). Considerando il triangolo ANB trovo che esso si può costruire essendone noto un lato AB, l'angolo opposto (retto) e la somma degli altri due lati poichè $AN + BN = MN$ lato del quadrato circoscritto. Questo problema è risolto al N. 21

Osservazione. — Con costruzione analoga a quella indicata si risolverebbe il problema generale:

Circoscrivere ad un dato poligono regolare di n *lati un poligono regolare di lato dato, di ugual numero di lati.*

Questi problemi sono possibili solamente entro certi limiti di lunghezza del lato dato.

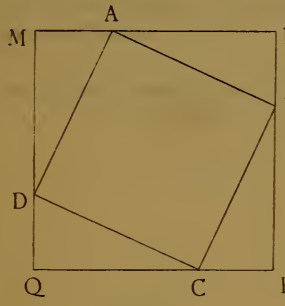

Fig. 4.

Problema 5. — *Costruire un quadrilatero iscrittibile in un circolo di raggio* **r** *conoscendo le diagonali* **AC**, **BD**, *e la somma o la differenza di due lati adiacenti* **AB** *e* **BC**.

Soluzione. — Descritto il circolo si colloca la corda *AC*. Si dovrà allora costruire il triangolo *ABC* di cui è dato un lato, l'angolo opposto (poichè il terzo vertice deve trovarsi sull'arco *ABC*) e la somma (o la differenza) degli altri due lati (V. *Problemi* N. 21 e 22). Trovato così il vertice *B* si trova il quarto *D* all'intersezione del circolo dato con l'altro *B* (*BD*) (1).

(1) Per brevità indicheremo, come da molti ora si usa, con la notazione *B* (*BD*) oppure *B* (*r*) i circoli di centro *B* di raggio *BD* oppure *r*.

Osservazioni. — In modo analogo si risolverebbe il problema coi seguenti dati: AB, BC, AC e $CD \pm DA$.

Problema 6. — *Dati tre punti P, Q, R far passare per due di essi P, Q un circolo che seghi una retta data, contenente P, in un punto S tale che la retta RS risulti tangente al circolo stesso.*

Soluzione. — Esaminiamo la figura del problema supposto risolto (fig. 5).

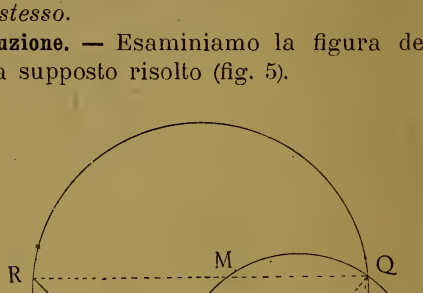

Fig. 5.

Uniamo Q con P e con S; l'angolo QPS ha per misura la metà dell'arco QMS; ma anche l'angolo QSR formato dalla *corda* QS e dalla *tangente* SR ha per misura la metà di tale arco.

Dunque sul segmento QR come corda descri-

veremo un segmento di circolo capace dell'angolo noto *QPS;* i punti *S, T* nei quali esso segherà la retta data *PS* risolveranno il problema.

Problema 7. — *Costruire un triangolo conoscendo il raggio r del circolo circoscritto, l'altezza relativa all' angolo A, e la differenza degli altri due angoli B—C.*

Soluzione. — Esaminando la figura relativa al problema supposto risolto (fig. 6) si osserva che

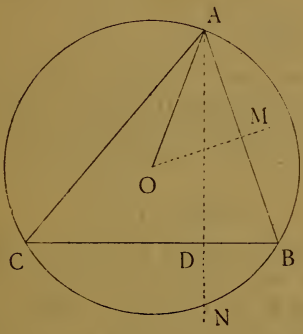

Fig. 6.

l'angolo *DAO* formato dall'altezza assegnata *AD* col raggio che termina in *A* è precisamente uguale all'angolo dato *B—C.* Infatti sia *OM* perpendicolare sul mezzo *M* di *AB;* si avrà

$$\widehat{AOB} = 2\,C$$

$$\widehat{AOM} = C$$

$$\widehat{OAM} = 90^0 - C$$

$$\widehat{OAD} = 90^0 - C - \widehat{BAD}$$

Ma

$$\widehat{BAD} = 90^0 - B$$

per cui

$$\widehat{OAD} = 90^0 - C - (90^0 - B)$$

ossia

$$\widehat{OAB} = B - C$$

Dunque per risolvere il problema proposto si comincia col costruire il circolo r; per un punto qualunque A della sua circonferenza si conduce il raggio OA e si fa l'angolo

$$\widehat{OAN} = B - C$$

Si porta poi l'altezza data da A in D e si conduce BC perpendicolare ad AN in D.

Problema 8. — *Data una retta e due punti, situati dalla stessa parte di essa, costruire il circolo che passa per tali punti e tocca la retta data.*

Soluzione. — Per poter costruire il circolo cercato basterà trovarne un terzo punto, per es. il punto di contatto con la retta data (fig. 7). Sia il problema risolto e D tale punto. Si sa che:

$$CD^2 = CA \cdot CB$$

Si costruisce dunque la media proporzionale CD fra CA e CB e col centro in C si porta in

D e D', poichè il problema ammette in generale due soluzioni. Ne ammette una sola quando la retta AB sia parallela alla retta data; in tal

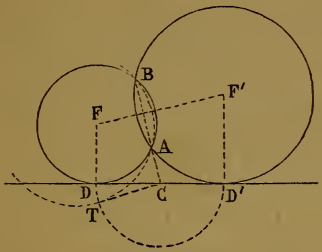

Fig. 7.

caso si ha il punto D conducendo la perpendicolare sul mezzo di AB; il centro si trova pure su tale perpendicolare.

Per costruire CD basta far passare per A e B un circolo segante la retta data e determinare la tangente CT che ad esso si può condurre da C. Sarà $CD = CT$.

Problema 9. — *Descrivere una circonferenza che passi per due punti dati e tocchi una circonferenza data.*

Soluzione. — Sia ABE la circonferenza cercata (fig. 8). Conducendo AB e la tangente comune alle due circonferenze avremo:

$$\overline{EF}^2 = FB \,.\, FA$$

Se per F conduciamo una secante qualunque FD nel circolo dato O avremo:

$$\overline{EF}^2 = FC \,.\, FD$$

Dunque:

$$FB \,.\, FA = FC \,.\, FD$$

ossia i punti $A, B, C, D,$ si trovano sopra una circonferenza. Procedendo ora inversamente, tracciamo una circonferenza qualunque per i punti A, B dati; essa segherà la circonferenza O in due punti C, D che uniti daranno il punto F; la tangente condotta da questo al circolo O farà conoscere il punto E; il circolo ABE risolverà il problema. Ma in generale (cioè quando F è *esterno* al circolo O) si hanno *due* tangenti FE, FE' e quindi due soluzioni del problema; la seconda è il circolo ABE.

È superfluo il dire che tanto i centri di questi circoli *soluzioni*, come quello del circolo *ausiliario* $ABCD$ si trovano sulla perpendicolare GM alzata sul mezzo di AB.

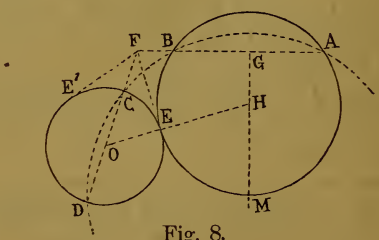

Fig. 8.

Problema 10. — *Costruire un triangolo rettangolo conoscendo un cateto e la somma degli altri due lati.*

Soluzione. — Sia ABC il triangolo cercato (fig. 9). Porto $CD = CB$. Sarà $AD = l$. Il trian-

golo *BAD* è dunque facile a costruire. La perpendicolare *EC* condotta sul mezzo di *BD* determina poi il vertice *C* del triangolo cercato. (V. N.° 21 e 144).

Problema 11. — *Costruire un triangolo rettangolo conoscendo un cateto e la differenza dell' ipotenusa e dell' altro cateto.*

Soluzione. — Si risolve il problema in modo analogo al precedente portando la differenza data da *M* in *D* (fig. 10) ed innalzando la perpendicolare *EC* sul mezzo di *BD* fino all' incontro con *DAC*. (V. N.° 22).

Problema 12. — *Costruire un triangolo rettangolo conoscendo l'ipotenusa* **a** *e la somma* **m** *dei cateti.*

Soluzione 1.ª — Supponiamo il problema risolto e sia *BAC* il triangolo cercato (fig. 11). Se

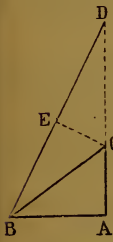

Fig. 9.

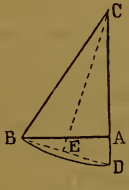

Fig. 10.

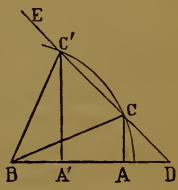

Fig. 11.

porto *AC* in *AD* avrò $BD = BA + AC = m$. Osservando che il triangolo *CAD* è isoscele se ne deduce questa costruzione. Si porta *m* da *B* in *D*; si fa l' angolo $BDE = 45^0$ e si descrive il circolo *B* (*a*). I punti nei quali la retta *DE* sega tale circolo risolvono il problema.

Esso può dunque avere due, una o nessuna soluzione secondo il rapporto che passa tra i dati.

È facile vedere che se

$$a = \frac{m}{2}$$

si ha una sola soluzione.

Se ne hanno due quando

$$a > \frac{m}{2}$$

e non se ne ha alcuna nel caso in cui

$$a < \frac{m}{2}$$

(V. N. 21 e 144).

2.ª — Si può osservare che il problema si può ricondurre a quest'altro:

Trovare sopra una semicirconferenza un punto tale che la somma delle sue distanze dagli estremi di un dato diametro sia **m.**

La semicirconferenza sarebbe quella descritta sull'ipotenusa data come diametro.

Per la soluzione di questo problema vedasi al N.° 14, osservazione III.

Problema 13. — *Costruire un triangolo rettangolo conoscendo l'ipotenusa* **a** *e la differenza* **d** *dei due cateti.*

Soluzione 1.ª — Si procede in modo analogo al problema precedente, ma l'angolo che si deve costruire in *D* (fig. 11) è di 180° — 45° ossia

di 135°, poichè il cateto AC si deve considerare portato in senso *opposto* ad AD.

2.ª — Vedasi il problema N.° 22.

Problema 14. — *Dati due punti* **A, B,** *sopra una circonferenza AOB, trovare su di essa un punto* **C** *tale che si abbia*

$$AC + CB = l$$

Soluzione. — Sia il problema risolto e C il punto cercato (fig. 12). Se porto CB da C in D

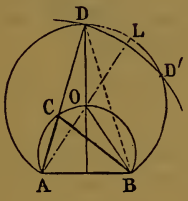

Fig. 12.

avrò $AD = l$. Nel triangolo isoscele BCD osservo che l'angolo CDB è la metà dell'angolo esterno ACB. Il punto D appartiene dunque alla circonferenza descritta sulla corda AB e *capace* d'un angolo metà di ACB ossia di AOB. Tracciata tale circonferenza si avranno le soluzioni del problema segandola con un circolo $A\,(l)$.

Osservazione. 1.ª — Si hanno due, una o nessuna soluzione secondo che il circolo DLD' è segato, toccato, o non segato dal circolo $A\,(l)$.

2.ª — Il centro O del circolo DLD' è precisamente sul mezzo del segmento $ACOB$ poichè

l'angolo D è la metà dell'angolo al centro AOB; ciò facilita la costruzione.

3.ª — Si ha una sola soluzione quando $l = 2\,AO$ ossia quando l è uguale al diametro del circolo DLD'.

4.ª — Il problema si può anche enunciare così:

Costruire un triangolo conoscendone la base AB, l'angolo opposto C e la somma l dei lati che comprendono tale angolo. (V. N.° 21).

Problema 15. — *Dati due punti* **A, B** *sopra una circonferenza, trovare su di essa un punto C tale che si abbia*

$$BC - AC = d$$

Soluzione. — La soluzione è analoga a quella del problema precedente, ma il segmento di circolo ausiliario deve essere capace dell'angolo

$$90^0 + \frac{C}{2}.$$

Osservazione. — Il problema può ridursi al seguente:

Costruire un triangolo conoscendone un lato AB, l'angolo opposto C e la differenza dei due lati che comprendono tale angolo. (V. N.° 22).

Problema 16. — *Ad un triangolo dato* **ABC** *circoscrivere il triangolo equilatero massimo.*

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 13) ed FGH il più grande triangolo equilatero che si possa circoscrivere al triangolo dato. I vertici di tale triangolo F, G, H dovranno trovarsi sopra

segmenti di circoli descritti sulle corde *AC*, *CB*, *BA* e capaci dell' angolo di 60°; la segante *GH* dovrà essere la *massima* che possa condursi per *C*, e lo stesso dicasi per le altre due *FG*, *FH*. Ora tale segante massima deve essere parallela alla linea dei centri delle due circonfe-

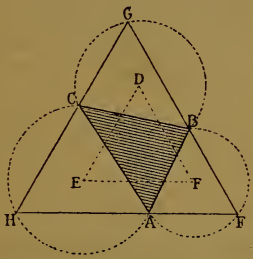

Fig. 13.

renze (V. N. 35, *osservazione*), donde si deduce la costruzione semplicissima del problema proposto.

Problema 17. — *Dato un triangolo* **ABC** *condurre per un punto qualunque* **O** *una retta che seghi i lati* **AB**, **AC** *del triangolo in due punti* **M, N** *tali che il quadrilatero* **BMNC** *risultante sia iscrittibile in un circolo.*

Soluzione. — Perchè un quadrilatero sia iscrittibile deve avere gli angoli opposti supplementari; dunque l'angolo *BMN* (fig. 14) dovrà essere il supplemento dell' angolo *C*. Perciò, condotta per un punto qualunque *S* di *AB* una retta facente con *AB* l'angolo $180° - C$, basterà condurre

ad essa la parallela da *O* per aver risolto il problema proposto.

A seconda della posizione di *O* i punti *MN*

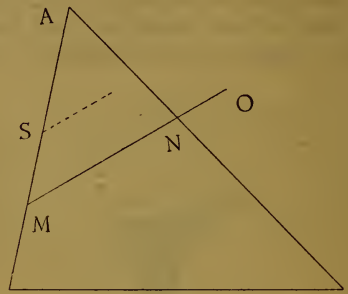

Fig. 14.

saranno *sui lati AB, AC* del triangolo dato o sui *prolungamenti di essi.*

Problema 18. — *Dato un quadrilatero ABCD circoscrivere ad esso un quadrato.*

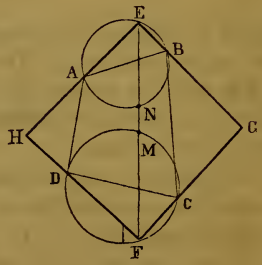

Fig. 15.

Soluzione. — Sia *EGFH* (fig. 15) il quadrato

che si vuole costruire. I vertici opposti *E* ed *F* si troveranno rispettivamente sulle circonferenze descritte su *AB*, *CD* come diametro. La diagonale *EF* che divide per metà gli angoli in *E* ed *F* passerà per i punti medii degli archi *AB*, *CD* cioè per *N* ed *M*.

Per risolvere il problema basterà dunque descrivere le circonferenze di diametro *AB*, *CD* e unire i punti medii *M* ed *N;* la retta *MN* darà i punti *E*, *F* che si congiungeranno con *A*, *B* e *C*, *D*.

Problema 19. — *Costruire un pentagono conoscendo i punti di mezzo* **F**, **G**, **H**, **K**, **L** *dei suoi lati.*

Soluzione. — Supponiamo il problema risolto e sia *ABCDE* il pentagono cercato. Osserviamo che una diagonale qualunque *BD* lo divide in un quadrilatero *ABCD* ed in un triangolo *ADE*. Del quadrilatero sono noti i punti medii di tre lati cioè *F*, *G*, *H*. Si sa che unendo i punti medii dei lati d'un quadrilatero qualunque si forma un parallelogramma; si può dunque costruire questo parallelogramma coi punti *F*, *G*, *H* e trovare il quarto *I* che sarà il punto medio della diagonale *AD*. D'altronde *I*, *K*, *L* essendo i punti medii dei lati del triangolo *ADE* la costruzione di questo triangolo riesce facilissima; basta condurre *AD* parallela a *KL*, *AE* parallela a *KI*, *DE* parallela ad *LI:* avuti così *A* e *D* si uniscono con *F* ed *H;* si porta $FB = FA$ e poi si conduce *BGC*.

Osservazione — Le costruzioni per la deter-

minazione dei vertici *ABCDE* del pentagono si possono eseguire coll' uso del solo compasso.

Problema 20. — *Costruire un triangolo* **ABC** *conoscendo: 1.° la somma* **AB + BD**; *la somma* **AC + CD**. *2.° l'angolo* **D**, *essendo* **D** *il piede della bisettrice dell'angolo* **A**.

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 16).

Fig. 16.

Cerchiamo d' introdurre nella figura i dati del problema; portando *BA* in *BE* e *CA* in *CF* avremo

$$DE = AB + BD$$
$$DF = AC + CD$$

Essendo dato l' angolo *D* conosciamo la posizione della retta *DX;* il problema sarà dunque risolto trovando su tale retta il punto *A;* tale punto può essere determinato quando si conosca il centro del circolo *EAF*. Ora tale centro deve trovarsi sulla *MI* perpendicolare sul mezzo di *EF,* ma deve anche trovarsi sulla *DX;*

infatti esso si trova sulle due bisettrici degli angoli esterni del triangolo *ABC,* cioè *HB, KC* dunque dovrà trovarsi anche sulla bisettrice dell' angolo *A;* esso non è altro che il centro del circolo *ex-iscritto* al triangolo *ABC* nell' angolo *A*.

Discussione. — Il problema è sempre possibile, meno quando l' angolo *D* è retto, nel qual caso *I* si trova *all' infinito* risultando *HB* e *KC* parallele.

In questo caso il problema sarà impossibile se le due somme date saranno una maggiore dell' altra, poichè evidentemente il triangolo cercato *deve essere isoscele.* Quando tali segmenti fossero dati eguali il problema sarebbe *indeterminato.*

Quanto al secondo punto d' intersezione della circonferenza *I* (*IE*) con la retta *DX*, esso corrisponde ad un triangolo nel quale, oltre l' angolo *D*, sarebbero noti

$$AB - BD$$

ed

$$AC - CD.$$

Soluzioni con artifizio.

Passiamo ora a quei problemi nei quali si richiede un *piccolo artifizio* per trovare una soluzione semplice.

Problema 21. — *Costruire un triangolo co-*

noscendo un lato **BC**, *l'angolo opposto* **A** *e la somma* **m** *degli altri due lati.*

Soluzione. — Sia *ABC* (fig. 17) il triangolo cer-

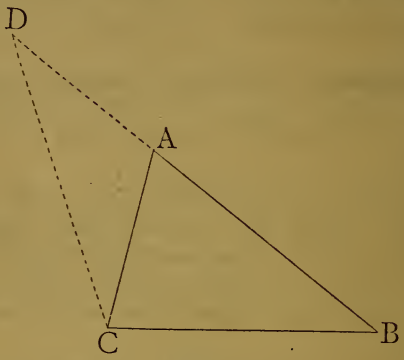

Fig. 17.

cato. Se porto *AC* in *AD* osservo che il triangolo *ACD* è isoscele e che l'angolo

$$BDC = \frac{BAC}{2}$$

Dunque per risolvere il problema proposto basta costruire un angolo

$$D = \frac{A}{2}$$

portare poi

$$DB = m$$

e da *B* segare l'altro lato dell'angolo con un arco di circolo *B* (*BC*).

Vedasi al N. 144 un'altra soluzione di questo problema.

Problema 22. — *Costruire un triangolo conoscendone un lato* **BC**, *l'angolo opposto* **A** *e la differenza* **d** *degli altri due lati.*

Soluzione. — Si procede in modo analogo a quello seguito nel precedente problema (fig. 18).

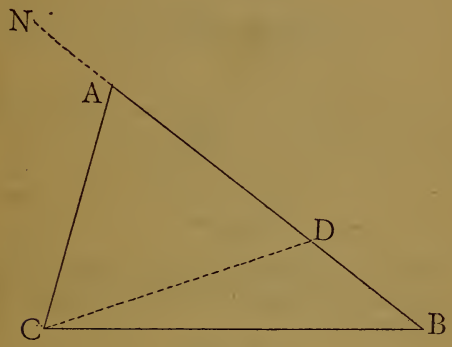

Fig. 18.

Si ha

$$BD = BA - AD = BA - AC = d$$

Risulta

$$ADC = \frac{NAC}{2} = \frac{180 - A}{2}$$

ecc.

Problema 23. — *Sono date due circonferenze concentriche; per un punto* **A** *dato su quella*

esterna tracciare una corda che sia divisa da quella interna in tre segmenti eguali.

Soluzione. — Sia AD (fig. 19) la corda cercata nella quale:

$$AB = BC = CD.$$

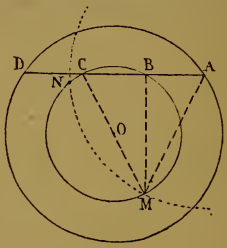

Fig. 19.

Conduciamo il diametro CM e uniamo M con B e con A. Il triangolo ACM è isoscele; infatti oltre all'avere

$$AB = BC$$

la BM è perpendicolare ad AC essendo l'angolo CBM iscritto in mezza circonferenza. Dunque $AM = CM$.

La costruzione da eseguire per risolvere il problema consisterà quindi nel tracciare un arco di centro A con raggio CM, condurre MOC e poi AC. Il punto N fornisce un'altra soluzione.

Discussione. — Siano R ed r $(R>r)$ i raggi delle circonferenze date. Quando si abbia

$$2r = R - r$$

ossia

$$R = 3r$$

il problema ammetterà una sola soluzione che sarà il diametro passante per il punto dato A.

Quando invece sia:

$$2r < R - r \quad \text{ossia} \quad R > 3r$$

non si avrà alcuna soluzione.

Si avranno due soluzioni quando

$$2r > R - r \quad \text{ossia} \quad R < 3r$$

Osservazione. — Quando il punto A fosse dato sulla circonferenza interna si potrebbe tracciare un arco da un punto *qualunque* della circonferenza come centro, con raggio $2r$; quest'arco segherebbe la circonferenza esterna in A' e l'interna in C'; la congiungente A' con C' farebbe conoscere la lunghezza della corda cercata, il che risolve il problema.

Problema 24. — *Costruire due circonferenze concentriche tali che*

$$R - r = l$$

sapendo che ciascuna di esse deve passare per un punto dato (**A** *e* **B**) *e che l'angolo dei raggi* **AC, BC** *deve essere* **2m**.

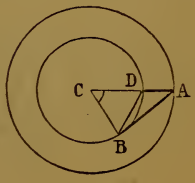

Fig. 20.

Soluzione. — Supponendo il problema risolto si osserva che nel triangolo ABC (fig. 20) è noto un lato AB, la differenza $l = AD$ fra gli altri due, e l'angolo $ACB = 2m$ opposto al primo.

Siamo così condotti alla soluzione d'un problema già trattato (V. N.° 22).

Del resto considerando il triangolo BCD si osserva che

$$\widehat{CDB} = 90^\circ - \frac{C}{2} = 90^\circ - m$$

Nel triangolo ABC si ha poi:

$$\widehat{ADB} = 180^\circ - \widehat{CDB} = 90^\circ + m$$

Dunque non si ha che da costruire il triangolo ABD del quale sono noti due lati e l'angolo opposto ad uno di essi.

Problema 25. — *Inscrivere in un circolo dato un triangolo isoscele del quale sia data la somma* **S** *della base e dell'altezza.*

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 21) e

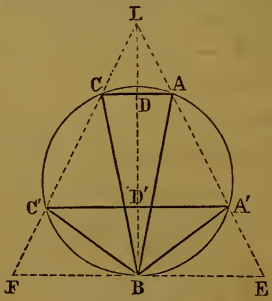

Fig. 21.

ABC il triangolo cercato. Portiamo AC in DL per modo da avere $BL = S$. Procuriamo di tro-

vare una relazione tra questa lunghezza e il triangolo che risolve il problema.

Se uniamo L con A e con C osserviamo che nel triangolo ACL la base AC è uguale all'altezza LD come nel triangolo ELF che si ottiene prolungando LA, LC fino all'incontro con la tangente al circolo in B. La costruzione è dunque semplicissima.

Si conduce un diametro e si porta su di esso $BL = S$; si alza la perpendicolare in B (tangente) e si fa $BE = \frac{S}{2}$. La retta EL sega il circolo in due punti A, A' ai quali corrispondono due soluzioni del problema.

Se EL non sega il circolo non si ha soluzione; una sola se lo tocca.

Problema 26. — *Dati due punti* **A** *e* **B** *sopra una circonferenza, ed un diametro* **EF** *trovare sulla circonferenza un terzo punto* **C** *tale che le corde* **CA, CB** *determinino sul diametro* **EF** *due segmenti uguali* **OM, ON,** *a partire dal centro.*

Soluzione. — Sia C il punto cercato (fig. 22). Conducendo il diametro AOD ed unendo D con N si formano due triangoli uguali AOM, DON poichè $OA = OD$; $OM = ON$ e gli angoli in O sono uguali. Dunque ND e parallelo ad AM e per conseguenza

$$BND = 180^\circ - C.$$

Da ciò risulta che si può determinare il punto N costruendo sopra BD come corda il segmento

capace dell'angolo $180^0 - C$. Il punto N' fornisce una seconda soluzione del problema, per la quale l'angolo formato dalle rette AM', AN' sarebbe di $180^0 - C$.

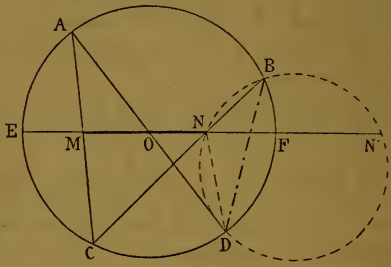

Fig. 22.

Osservazione. — Si può *generalizzare* l'enunciato di questo problema considerando data, in luogo del diametro EF, una segante qualunque. La costruzione sarà identica ma si dovrà condurre, in luogo del diametro AO, la congiungente di A col punto medio S della corda EF, fare $SD = SA$ e costruire su BD come corda il segmento capace dell'angolo supplementare di C.

Si può ancora applicare una costruzione analoga quando, tutte le altre condizioni restando uguali, si cambi quella

$$MO = ON$$

in quest'altra

$$\frac{MO}{ON} = \frac{m}{n}$$

In tal caso, condotta la retta che unisce A col punto medio S della corda EF, bisognerà fare SD tale che sia:

$$\frac{AS}{SD} = \frac{m}{n}$$

Problema 27. — *Per un punto dato* **B** *sopra un diametro, condurre una corda* **DBE** *tale che l'arco* **CE** *sia triplo dell'arco* **AD.**

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 23).

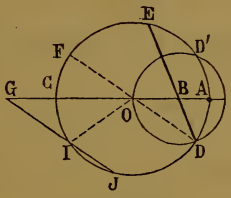

Fig. 23.

Conduciamo il diametro DOF. Avremo l'arco:

$$CF = AD = \frac{1}{3}\ CE = \frac{1}{2}\ EF$$

Ma l'angolo D ha per misura $\frac{1}{2}\ EF$ e l'angolo $BOD = COF$ che ha per misura l'arco CF, metà di EF; dunque l'angolo $\widehat{BOD} = \widehat{BDO}$, ossia il triangolo BOD è isoscele.

Per avere il punto cercato D basta perciò descrivere il circolo $B\,(BO)$ e si hanno in D e D' i punti che uniti con B danno le due soluzioni del problema proposto.

Osservazione 1. — Il numero delle soluzioni dipende dall'essere

$$OB \gtrless AB.$$

Osservazione 2. — Quando il punto dato fosse in G sul *prolungamento* del diametro, si avrebbe:

$$\widehat{OGI} = \frac{\text{arco } AK - \text{arco } CI}{2}$$

ma siccome

$$\text{arco } AK = 3 \text{ arco } CI$$

risulta:

$$\widehat{OGI} = \text{arco } CI$$

ossia

$$\widehat{OGI} = \overline{GOI}$$

per conseguenza $GI = OI$ per cui si ha I descrivendo il circolo $G\,(OC)$.

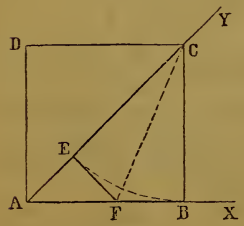

Fig. 24.

Problema 28. — *Costruire un quadrato conoscendo la differenza* **d** *fra la diagonale ed il lato.*

Soluzione 1.ª — Sia $ABCD$ (fig. 24) il quadrato cercato tale che

$$AE = l = AC - AD.$$

Se conduciamo EF perpendicolare ad AC e

uniamo C con F risultano i due triangoli *CFE, CFD* uguali poichè sono rettangoli ed hanno l'ipotenusa comune ed il lato $CE = CB$, per cui

$$EF = FB = EA = d$$

La costruzione è dunque questa:

1.° $XAY = 45°$.
2.° $AE = d$
3.° EF perpendicolare ad AY ed uguale a d
4.° $FB = d$.
5.° BC perpendicolare ad AX ecc.

Soluzione 2.ª — Se uniamo B con E (fig. 24) troviamo che il triangolo AEB si può costruire facilmente e siccome il suo lato AB è il lato del quadrato che si cerca, sarà risolto il problema.

Il triangolo AEB avrà il lato $AE = d$ l'angolo A di $45°$ e l'angolo ABE di $\frac{45°}{2}$.

Soluzione 3.ª — Si potrebbe anche osservare che il triangolo CFB ha il lato $FB = d$, l'angolo B retto e l'angolo C di $\frac{45°}{2}$, d'onde un'altra costruzione semplicissima per avere BC lato del quadrato.

Soluzione 4.ª — (V. al N. 128).

Osservazione. — Con procedimenti analoghi si troverebbero le soluzioni relative al problema in cui fosse data la *somma* anzichè la *differenza* fra diagonale e lato.

Problema 29. — *Sono dati due punti* **M N,**

ed una retta passante per **N**; *trovare su questa retta due punti* **A**, **B** *ad uguale distanza da* **N**, *tali che il segmento* **AB** *sia veduto da* **M** *sotto un dato angolo.*

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 25).

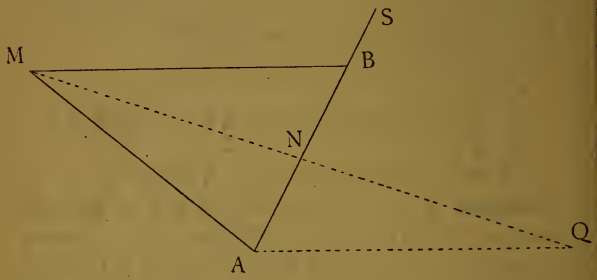

Fig. 25.

Portando $NQ = NM$ e formando il triangolo MAQ si osserva che esso si può costruire servendosi dei dati del problema proposto poichè se ne conosce un lato

$$MQ = 2\,MN$$

l'angolo opposto

$$MAQ = 180^\circ - \widehat{AMB}$$

e la *posizione* della mediana che è la retta data AS. Per avere il punto A basterà dunque descrivere sulla corda MQ il segmento di circolo capace dell'angolo *supplementare* di quello dato;

la sua intersezione con la retta AS sarà il punto A cercato; portando $NB = NA$ si avrà l'altro punto richiesto B.

Problema 30. — *Costruire un triangolo simile ad un dato* **T** *ed i cui vertici si trovino su tre parallele date* **M, N, P**.

Soluzione. — Sia ABC il triangolo cercato (fig. 26). Tracciamo il circolo circoscritto e conduciamo le corde DC, DA.

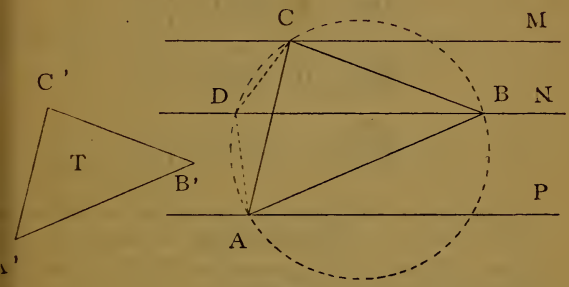

Fig. 26.

Avremo:

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = C'$$

$$\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = A'.$$

Dunque per risolvere il problema si prende un punto qualunque D sulla parallela intermedia; si fa l'angolo $BDC = A'$ e l'angolo $BDA = C'$. Si hanno così i vertici A e C; si ha poi B

facendo $\widehat{ACB} = C'$ oppure facendo passare il circolo per i punti A, D, C.

Discussione. — Consideriamo l'angolo BDC che abbiamo fatto uguale ad A'; avremmo potuto invece farlo uguale a B' od a C'; e nello stesso tempo l'angolo BDA si poteva farlo uguale a C' come si è fatto, oppure ad A' od a B' cosi da avere i seguenti casi:

$$\widehat{BDC} = A' \quad \widehat{BDA} = \begin{cases} B' \\ C' \end{cases}$$

$$\widehat{BDC} = B' \quad \widehat{BDA} = \begin{cases} A' \\ C' \end{cases}$$

$$\widehat{BDC} = C' \quad \widehat{BDA} = \begin{cases} A' \\ B' \end{cases}$$

Si hanno in tal modo *sei* soluzioni a ciascuna delle quali ne corrisponde una *simmetrica* rispetto alla retta che passa per D ed è perpendicolare alle parallele date.

Volendo limitare il numero delle soluzioni bisognerebbe introdurre nell' enunciato la condizione che il vertice C, *omologo* di C', debba giacere ad es. sulla retta M, e B, *omologo* di B', sulla N. In tal caso le soluzioni non sarebbero che due, cioè quella ABC della figura 26 e la sua simmetrica rispetto alla retta condotta per D perpendicolarmente alle parallele date.

Problema 31. — *Condurre una parallela ad un lato di un triangolo in modo che il segmento di essa compreso fra i lati sia uguale alla*

somma od alla differenza dei segmenti intercetti sui lati, compresi fra le due parallele.

Soluzione. — Sia il problema risolto e *DE* la

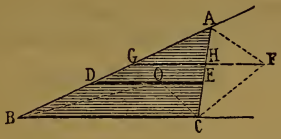

Fig. 27.

parallela cercata, cioè tale che si abbia:

$$DE = BD + CE.$$

Portiamo *DB* in *DO;* risulterà $OE = EC$; uniamo ora *O* con *B*. Il triangolo *BDO* è isoscele, per cui

$$\widehat{DBO} = \widehat{DOB}.$$

Ma gli angoli $\widehat{DOB}$ e $\widehat{CBO}$ sono pure uguali come alterni interni rispetto alle parallele *DE*, *BC* ed alla segante *BO*, per cui

$$\widehat{DBO} = \widehat{CBO}$$

ossia la retta *BO* è la bisettrice dell'angolo *B*. In modo analogo si dimostrerebbe essere *CO* la bisettrice dell'angolo *C*. Dunque *O* non è altro che il punto d'intersezione delle bisettrici interne del triangolo e il problema si risolverà conducendo per tal punto la parallela ad uno qualunque dei lati del triangolo.

È facile vedere come per avere $GH = GB - CH$ basti condurre la parallela pel punto F nel quale s'intersecano le bisettrici degli angoli esterni A e C.

Discussione. — Se pel punto F si conduce la parallela ad AC (fig. 28) si avrà:

$$MS = AM + CS$$

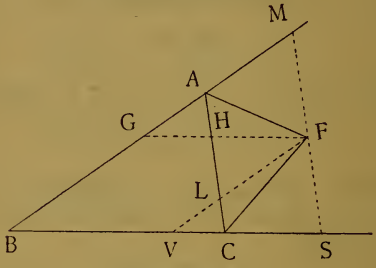

Fig. 28.

mentre conducendo da F le parallele ai lati BC, AB si ha:

$$GH = BG - CH$$
$$LV = BV - AL$$

Siccome tre sono i punti d'incontro delle bisettrici esterne del triangolo (che sono i centri dei tre circoli *ex-iscritti* nel triangolo stesso) ne risulta che il problema ammette *sei* soluzioni nel caso in cui la parallela debba risultare uguale alla *somma* dei segmenti ed altre *sei* nel caso in cui essa debba essere uguale alla *differenza* di tali segmenti.

Nel triangolo equilatero si hanno ancora *sei* soluzioni nel primo caso, ma nel secondo si riducono a *tre.*

Problema 32. — *Dato un circolo* **O**, *una retta* **m** *ed un punto* **A** *su questa, trovare in essa un altro punto* **B** *ugualmente distante da* **A** *e dal circolo dato.*

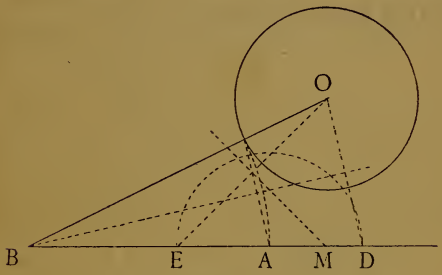

Fig. 29.

Soluzione. — Consideriamo il problema risolto; sia *B* il punto cercato. Conduciamo *BO*. La soluzione sarebbe trovata qualora si conoscesse la direzione di *CA*.

Conduciamo la *OD* parallela alla *AC* vediamo che $AD = CO$ e siamo perciò condotti a questa costruzione. Si porta il raggio del circolo dato da *A* in *D;* si traccia *AC* parallela a *DO* e si ha *C* che unito con *O* determina *B;* oppure avuto *D* si conduce la perpendicolare sul mezzo di *OD* e si ha il punto *B*.

Il problema ammette in generale due solu-

zioni poichè possiamo portare il raggio da A verso D o verso E.

La seconda soluzione sarebbe M.

Problema 33. — *Dato un punto* **A** *sopra uno dei lati d'un angolo, trovare su questo stesso lato un altro punto tale che disti ugualmente da* **A** *e dall'altro lato dell'angolo dato.*

Soluzione. — Consideriamo il problema risolto e sia D il punto cercato (fig. 30).

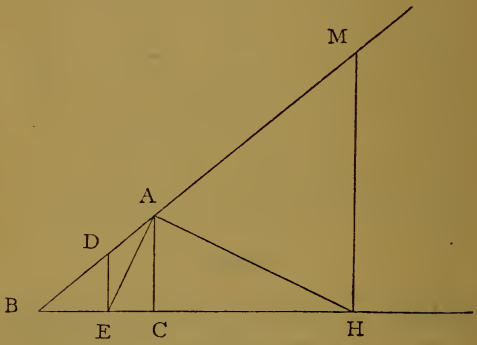

Fig. 30.

Conduciamo DE, AC perpendicolari su BC, e uniamo A con E.

Il triangolo ADE risulta isoscele perchè $AD = DE$; dunque:

$$\widehat{DAE} = \widehat{DEA}$$

Ma abbiamo pure

$$\widehat{DEA} = \widehat{CAE}$$

come alterni interni, ecc.

Dunque AE è la bisettrice dell'angolo $\overset{\frown}{BAC}$, per cui il problema sarà risolto conducendo AC, poi AE ed infine ED.

Il problema ammette due soluzioni. La seconda, che è il punto M, si può ottenere conducendo la bisettrice dell'angolo $\overset{\frown}{CAM}$; si ottiene H e quindi M.

Problema 34. — *Costruire un triangolo conoscendone il perimetro, un angolo ed il raggio del circolo circoscritto.*

Soluzione. — Costruiamo il circolo di raggio r ed inscriviamo in esso l'angolo dato col vertice in un punto qualunque A della circonferenza; la corda MN intercetta dai lati di tale angolo sarà la lunghezza del lato a del triangolo da costruire, qualunque sia la posizione dell'angolo A.

Il problema si riduce a trovare la posizione di A rispetto ed MN in modo da avere.

$$AM + AN = 2p - a$$

essendo $2p$ il perimetro dato.

Il problema è così ricondotto a quello già risolto al N. 21.

Problema 35. — *Per uno dei punti d'intersezione di due circonferenze condurre una segante di lunghezza data* **2m.**

Soluzione. — Sia il problema risolto e CD la segante cercata (fig. 31). Conduciamo le perpendicolari AG, BH e descriviamo la semicirconferenza di diametro AB; essa sarà segata in F

dalla AG e potremo condurre BF che sarà parallela ed uguale a GH ossia ad m.

La costruzione riesce allora evidente. Basta descrivere sopra la centrale AB come diametro

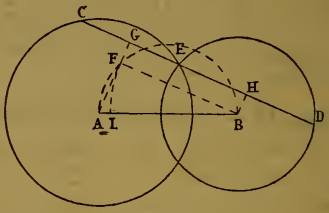

Fig. 31.

una semicirconferenza; segnare su di essa il punto F distante m da B, e condurre per E la parallela alla direzione BF.

Osservazione. — Siccome la lunghezza BF può essere *al massimo* uguale ad AB, ne risulta che tutt'al più potrà essere

$$2m = 2AB$$

e ciò si verificherà quando la segante sarà parallela alla centrale AB.

Problema 36. — *Costruire un triangolo conoscendo:*

1.° *Due lati* **AB**, **BC** *e la mediana* **AD** *che cade sopra uno di essi.*

2.° *Due lati* **AB**, **AC** *e la mediana compresa* **AD**.

3.° *Un lato* **BC** *e le due mediane* **BE** *e* **CF** *che partono dalle sue estremità.*

Soluzione. — Supponiamo il problema risolto (fig. 32); prolunghiamo la mediana AD di altrettanto, in DA' e conduciamo BA', CA' e le mediane CE', BF' del triangolo $BA'C$.

Non occorre dimostrare che le figure $ABA'C$, $OBO'C$ sono parallelogrammi. Se con gli elementi dati si può costruire uno qualunque dei

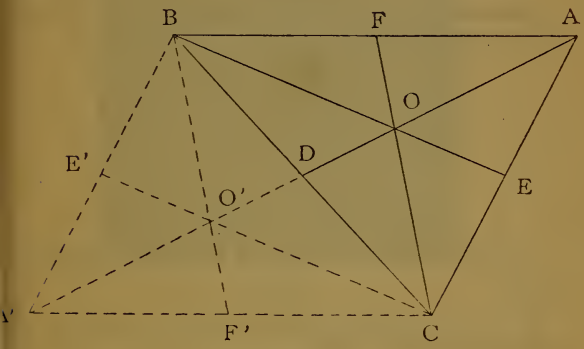

Fig. 32.

triangoli o dei parallelogrammi della figura si potrà facilmente costruire il triangolo cercato.

1.° Coi dati AB, BC, AD si potrà costruire il triangolo ABD e quindi il triangolo ABC.

2.° Coi dati AB, AC, AD si potrà costruire il triangolo ABA' ($AA' = 2\,AD$) la cui mediana BD darà la direzione del lato BC.

3.° Coi dati BC, CF, BE si potrà costruire il triangolo BOC (facendo $BO = \frac{2}{3}\,BE$; $CO =$

$= \frac{2}{3} CF$); si portano in CE e BE le mediane date e si uniscono i punti F con B ed E con C.

Problema 37. — *Costruire un triangolo conoscendo:*

1.° *Due mediane* **AD** *e* **BE** *ed il lato* **BC** *sul quale cade una di esse.*

2.° *Le tre mediane.*

Soluzione 1.ª — Si può costruire il triangolo BOD facendo:

$$BO = \frac{2}{3} BE$$

$$OD = \frac{1}{3} AD$$

$$BD = \frac{1}{2} BC.$$

È facile quindi passare al triangolo definitivo ABC.

2.ª — Con le tre mediane si può costruire il triangolo BOO', cioè:

$$BO = \frac{2}{3} BE$$

$$BO' = \frac{2}{3} CF$$

$$OO' = \frac{2}{3} AD.$$

Da questo si passa al triangolo cercato ABC. (V. al problema 46 un'altra soluzione).

Problema 38. — *Iscrivere in un circolo un triangolo i cui lati siano paralleli rispettivamente a tre rette date.*

Soluzione. — Se per un punto qualunque *G* (fig. 33) della circonferenza conduco le parallele a due delle rette date avrò l'angolo *AGI* del triangolo cercato; la corda *HI* è quindi (in grandezza)

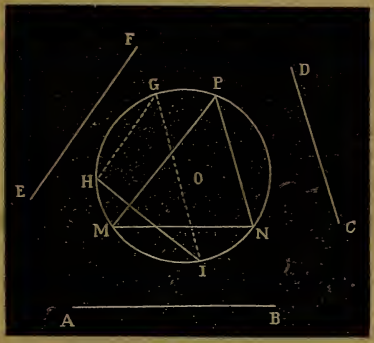

Fig. 33.

un lato del triangolo stesso. Basterà dunque risolvere questo problema:

Condurre in un circolo dato parallelamente ad una direzione data una corda di data lunghezza.

Il circolo di centro *O* tangente alla corda *HI* sarà tangente a tutte le corde lunghe quanto *HI;* descritto adunque tale circolo e condotta la *MN* tangente ad esso e parallela alla *AB*, non resterà che a condurre *MP* parallela ad *EF* ed *NP* parallela a *CD* per ottenere il triangolo cercato *MNP*.

Osservazione. — Siccome si possono condurre due corde parallele ad *AB* e tangenti al circolo

inviluppo, il problema ammette due soluzioni che però sono *simmetriche* rispetto al centro *O*.

Problema 39. — *Iscrivere in un circolo dato un triangolo di cui un lato passi per un punto dato e gli altri due siano paralleli a due rette date.*

Soluzione. — Si procede come nel problema precedente; il problema *ausiliario* da risolvere sarà questo:

Condurre per un punto dato le tangenti ad un circolo dato.

Osservazione. — Anche in questo caso avremo in generale due soluzioni ma non simmetriche. Una sola quando il punto dato cadesse sulla circonferenza ausiliaria, e nessuna quando fosse ad essa interno.

Problema 40. — *Iscrivere in un circolo dato un triangolo, due lati del quale passino per due punti dati* **A, B** *ed il terzo sia parallelo ad una retta data* **CD**.

Questo problema si può anche enunciare così:

Dato un circolo e due punti **AB**, *trovare sulla circonferenza un punto tale che le congiungenti di esso con* **A** *e* **B** *intercettino nel circolo una corda parallela ad una direzione data.*

Soluzione. — Consideriamo il problema come risolto e sia *MNP* il triangolo cercato (fig. 34). Vediamo di introdurre nella figura un *elemento noto* cioè l'angolo della retta *AB* con la direzione data.

A tal uopo conduciamo *NE* parallela ad *AB* ed uniamo *E* con *M* prolungandola fino in *F*. Il

problema sarebbe risolto quando si conoscesse F poichè l'angolo ENM essendo noto si potrebbe determinare *in grandezza* la corda EM e poi *in posizione.*

Vediamo dunque come si possa trovare il punto F.

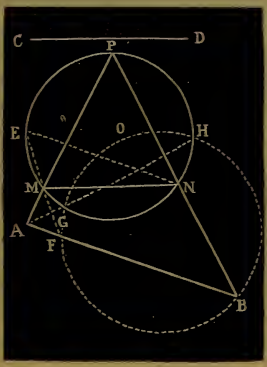

Fig. 34.

Osserviamo che

$$\overset{\frown}{AFG} = \overset{\frown}{FEN} = \overset{\frown}{MPN}.$$

I due triangoli APB, AMF sono simili, per cui:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AP}{AF}$$

ossia

$$AM \cdot AP = AB \cdot AF.$$

Ora se conduciamo per A una segante qualunque AGH, abbiamo:

$$AM \cdot AP = AG \cdot AH$$

ossia

$$AG \cdot AH = AB \cdot AF.$$

Per avere AF non si ha dunque che da costruire una quarta proporzionale in ordine ad AB, AG, AH. Dunque la circonferenza che passa per G, H, B determinerà F sulla AB.

Problema 41. — *Iscrivere in un circolo un triangolo i cui lati passino per tre punti dati.*

Soluzione. — Questo problema si riduce al precedente. Infatti condotte le rette NE, EF non resta che a *costruire un triangolo EMN di cui due lati passino per due punti dati F, C ed il terzo sia parallelo ad una retta data AB.*

Problema 42. — *Iscrivere in un circolo un poligono di cui un lato passi per un punto dato* **A** *e gli altri siano rispettivamente paralleli a delle rette date.*

Soluzione. — *1.° Caso.* — *Poligono di numero dispari di lati.*

Partendo (fig. 35) da un punto M' *qualunque* della circonferenza data, iscriviamo in essa una linea poligonale coi lati paralleli alle direzioni date, nell'ordine proposto.

Arriveremo in tal modo in T' e risulterà l'arco $M'IT' = MIT$ che è l'arco cercato, perchè a motivo delle uguaglianze

$$MM' = NN' = PP' \cdot \cdot \cdot \cdot = TT'$$

si ha che:

$$M'IT' = MM' + MIT - TT' = MIT.$$

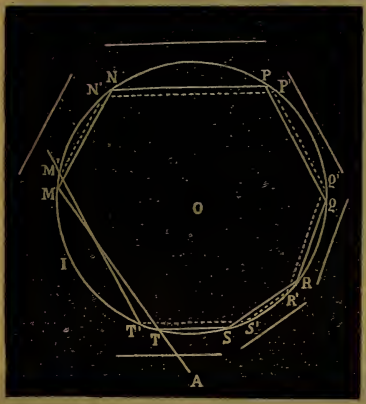

Fig. 35.

La corda MT è dunque nota *in grandezza* e non si avrà che a condurla per A (due soluzioni) per risolvere il problema proposto.

2.° Caso. — Poligono di numero pari di lati. Procedendo come nel primo caso risulterà, (fig. 36) a motivo dell'uguaglianza

$$MM' = SS',$$

che $M'S$ è parallela al lato incognito MS; e siccome questo lato deve passare per A, esso è determinato e quindi il problema risolto.

Problema 43. — *Iscrivere in un circolo un*

poligono i cui lati passino rispettivamente per altrettanti punti dati.

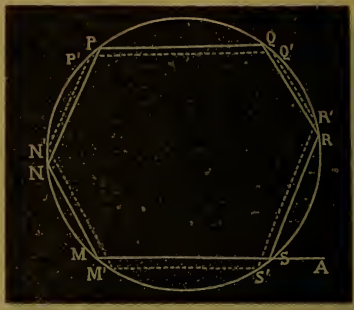

Fig. 36.

Soluzione. — Siano PQ, QR (fig. 37) due lati

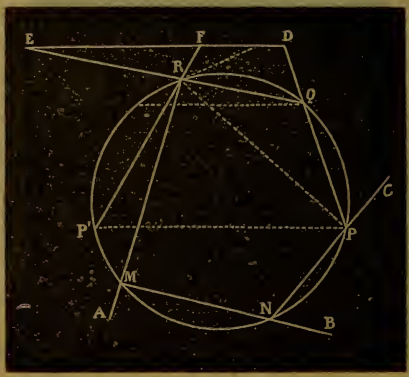

Fig. 37.

consecutivi che debbano passare per D, E. Sia,

come nel problema N. 40, *PP'* parallela a *DE*. La determinazione del punto *F* nel quale *PR* interseca la *DE* è facile. In tal modo la ricerca del poligono *MNPQR* rinviene a quella del poligono *MNPP'R* di cui un lato *PP'* deve essere parallelo ad una retta data e di cui gli altri debbono passare per punti dati.

Con tale procedimento si può ridurre la ricerca di questo secondo poligono a quella di un altro con due lati paralleli a due rette date e gli altri passanti per punti dati, e così di seguito fino a ridurre il problema proposto a quello *precedente*.

Problema 44. — *In un dato circolo iscrivere un quadrilatero conoscendo una diagonale, l'angolo delle diagonali, e sapendo inoltre che il quadrilatero cercato è circoscrittibile ad un circolo.*

Soluzione. — Se conduciamo nel circolo dato (fig. 38) due diametri perpendicolari alle diagonali del quadrilatero essi formeranno tra loro un angolo uguale a quello delle diagonali stesse, che è dato.

Dunque possiamo cominciare col condurre nel circolo dato questi due diametri e collocare la diagonale data.

Gli estremi di tali diametri sono i punti medii degli archi sottesi dalle diagonali del quadrilatero; due servono a costituire le bisettrici di due dei suoi angoli (quelli pei quali passa la diagonale nota).

Tali bisettrici si segano in un punto nel quale

concorreranno anche le altre due perchè il quadrilatero deve essere circoscrittibile ad un circolo. Unendo dunque tale punto con gli estremi dell'altro diametro si avranno gli altri due vertici del quadrilatero.

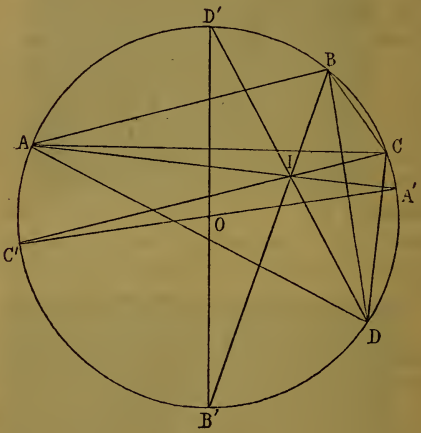

Fig. 38.

Problema 45. — *Data una retta* **XY** *e due punti* **A** *e* **B** *situati dalla stessa parte di essa, trovare sulla retta un punto* **C** *tale che si abbia:*

$$\overset{\frown}{ACX} = 2\,\overset{\frown}{BCY}.$$

Soluzione. — Prendiamo il simmetrico B' (fig. 39) del punto B; descriviamo il circolo B' tangente

alla XY e conduciamo da A la tangente a questo circolo; essa determina il punto C; infatti:

$$\overset{\frown}{BCY} = \overset{\frown}{YCB'} = \overset{\frown}{B'CD}$$

per cui:

$$\overset{\frown}{ACX} = 2\,\overset{\frown}{BCY}$$

come si voleva.

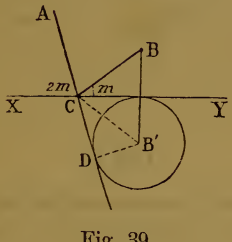

Fig. 39.

A questa costruzione si perviene facilmente considerando il problema già risolto.

Il problema ammette due soluzioni poichè due sono le tangenti che si possono condurre da A al circolo B'.

Problema 46. — *Costruire un triangolo conoscendone le mediane.*

Soluzione. — Sia ABC il triangolo cercato (fig. 40). Da un suo vertice C conduco la parallela CO alla mediana AD. La figura $AOCD$ è un parallelogramma, come pure $AODB$ e $BFOE$. Dunque $FO = BE$ e perciò il triangolo CFO ha per lati le tre mediane date.

È poi facile vedere come M sia il punto medio di FO (si consideri il parallelogramma $AOEF$) ed OD una mediana del triangolo FOC.

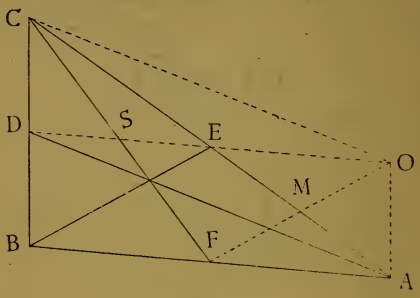

Fig. 40.

Per risolvere il problema proposto basta dunque costruire il triangolo FOC che ha per lati le mediane date; condurre in esso le mediane CM, OD; dal loro punto d'incontro E condurre la parallela ad FO e fare $EB = OF$; unendo B con C e con F si formerà il triangolo cercato ABC.

Oppure si ottiene A facendo

$$MA = ME$$

e D facendo

$$SD = SE.$$

Si uniscono poi A con F e D con C.

(V. al N. 37 un'altra soluzione).

Problema 47. — *Costruire un trapezio dati i lati.*

Soluzione. — Sia *ABCD* il trapezio cercato (fig. 41). Se conduciamo *BE* parallela ad *AD* otterremo il triangolo *BCE* che possiamo costruire perchè abbiamo

$$CE = CD - AB$$

e *BC*, *BE* sono pure dati.

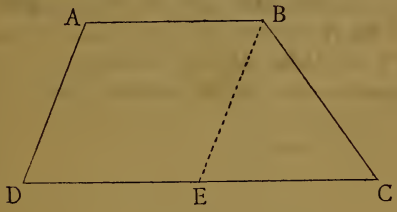

Fig. 41.

Dal triangolo *BCE* si passa facilmente al trapezio *ABCD*.

Problema 48. — *Un fiume, il cui corso è rettilineo nella parte considerata, passa fra due località da esso inegualmente distanti. In qual punto bisogna costruire un ponte perpendicolare al fiume, affinchè le due località* **A** *e* **B** *siano ugualmente distanti dalla corrispondente testata?*

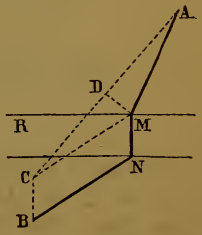

Fig. 42.

Soluzione. — Sia *AMNB* (fig. 42) la spezzata che risolve il problema. Costruiamo il parallelogramma *MNBC;* si vede che il punto *M* si può

ottenere alzando la perpendicolare sul mezzo di *AC* poichè il triangolo *AMC* è isoscele.

Quanto al punto *C* si otterrà conducendo *BC* perpendicolarmente alla direzione del fiume e lunga quanto esso è largo.

Problema 49. — *In un triangolo dato* **ABC** *condurre, parallelamente ad una direzione data* **BE**, *una segante* **MN** *tale che* risulti **BM = CN**, *essendo* **M**, **N** *i punti nei quali tale segante incontra i lati* **AB**, **AC** *del triangolo.*

Soluzione. — Sia *MN* la segante cercata (fig. 43).

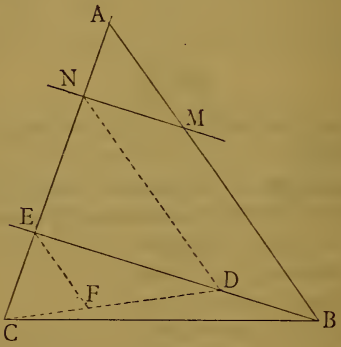

Fig. 43.

Conduciamo la retta ausiliaria *ND* parallela ad *AB*, fino in *D*. Avremo il triangolo *NDC* isoscele (*ND = BM = CN*).

Ecco dunque la costruzione da eseguire.

Da *E* si conduce una retta *EF* parallela ad *AB* ed uguale ad *EC*.

Il triangolo *ECF* sarà simile al triangolo *CDN* e si avrà *D* all'incontro di *CF* con *BE*. Avuto *D* il problema è risolto.

Il problema è sempre possibile ammenochè la direzione *BE* sia quella di uno dei lati *AB* od *AC*.

Problema 50. — *Fissiamo in un circolo due punti* **P, Q** *della circonferenza ed una segante* **MN**. *Trovare sulla circonferenza un terzo punto* **A** *tale che il segmento* **BC** *intercetto dalle congiungenti di esso con* **P** *e* **Q** *sul diametro* **MN** *abbia la lunghezza data* **m**.

Questo problema può anche enunciarsi così: *Costruire un triangolo* **ABC** *conoscendone un lato* (**BC** = **m**), *l'angolo opposto* **A** *e sapendo che il lato noto deve giacere sopra una data retta* (**MN**) *e gli altri due lati devono passare per due dati punti dati* (**P, Q**).

Soluzione. — Sia il problema risolto (fig. 44)

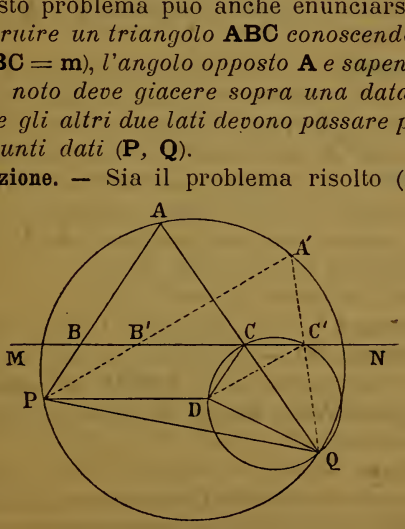

Fig. 44.

d *A* il punto cercato. Conduciamo *PD*, *CD* arallele ad *MN*, *AP*.

La determinazione del punto *D* è facile poichè l'angolo *DCQ* è uguale all'angolo costante *PAQ*.

Dunque la costruzione sarà questa:

Si conduce *PD* parallela ad *MN* ed uguale ad *m*. Sopra *DQ* come corda si costruisce l'arco capace dell'angolo *PAQ*. Le intersezioni di tale arco con *MN* ossia *C*, *C'* conducono alle due soluzioni del problema *A*, *A'*. Se l'arco non sega *MN* non si ha alcuna soluzione; una sola se lo tocca.

Problema 51. — *Date due rette ed un punto* **A** *costruire il circolo che passa per* **A** *e tocca le due rette.*

Soluzione 1.ª — Il circolo cercato avrà il suo centro sulla bisettrice dell'angolo delle due rette, nel quale si trova *A*. Possiamo determinare un altro punto *A'* del circolo cercato prendendo il simmetrico di *A* rispetto alla bisettrice predetta. Il problema si riduce allora a questo:

Far passare per due punti dati **A**, **A'** *il circolo tangente ed una retta data.*

Questo problema fu risolto al n. 8.

Soluzione 2.ª — (V. num. 92, *Osservazione*).

Problema 52. — *Trovare i punti del perimetro d'un quadrilatero* **ABCD** *dai quali due lati opposti*, **AD** *e* **CB** *ad es, siano veduti sotto lo stesso angolo.*

Soluzione. — Sia il problema risolto, ed *E*, *F* i punti cercati (fig. 45). Consideriamo *E*. Gli angoli *DEA*, *CEB*, *C'EB* sono uguali fra loro, quindi se da *C* conduciamo *CC'* perpendicolare su *AB*, avremo in *C'* il *simmetrico* di *C*.

Dunque la costruzione si riduce a determinare C' e a condurre $C'D$; così dicasi per quella che serve a determinare F.

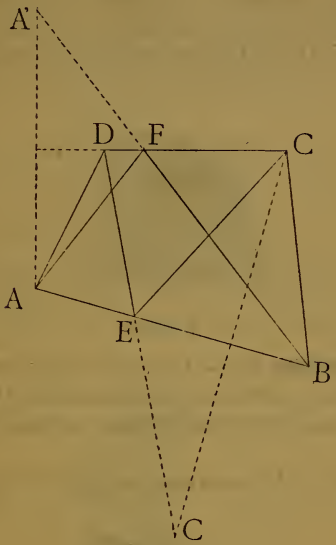

Fig. 45.

Problema 53. — *Dividere un quadrilatero* **ABCD** *in due parti equivalenti, mediante una retta condotta per un punto* **E** *dato sul suo perimetro.*

Soluzione. — Si trasforma il quadrilatero (fig. 46) in un triangolo *FEG* che abbia il vertice nel punto *E;* la mediana *EH* di questo triangolo risolverà il problema proposto.

Osservazione 1.ª — Il problema si risolverebbe in modo analogo quando si dovesse dividere il quadrilatero dato in due parti *in rapporto dato fra loro;* basterebbe dividere la base del triangolo *FEG* in due segmenti secondo il dato rapporto; il problema ammetterebbe due soluzioni.

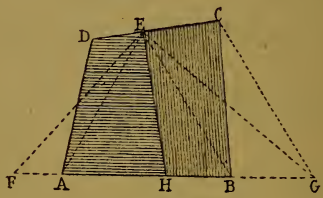

Fig. 46.

Osservazione 2.ª — Quando non fosse dato il punto *E* il problema ammetterebbe infinite soluzioni, una delle quali si può ottenere in questo modo:

Si divide il quadrilatero (fig. 47) in un tra-

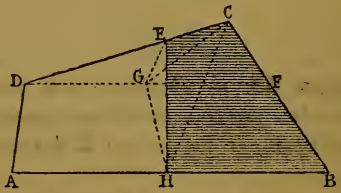

Fig. 47.

pezio *ADFB* ed un triangolo *CFD;* si conduce la spezzata *CGH* per i punti medii di *DF*, *AB*.

Si avrà il quadrilatero

$$CGHB = \frac{1}{2} ABCD.$$

Si può sostituire la spezzata *HGC* con un'altra *HEC* determinando *E* mediante una parallela *GE* ed *HC* per la quale risultino equivalenti i triangoli *HGC, HEC;* basterà condurre *GE* parallela *ad HC.*

Problema 54. — *Dividere un poligono qualunque in due parti equivalenti, od in rapporto dato fra loro, mediante una retta condotta per un punto dato del suo perimetro.*

Soluzione. — Questo problema si riduce al precedente poichè si può trasformare il poligono dato (fig. 48) in un triangolo equivalente con un

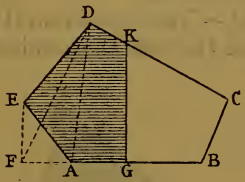

Fig. 48.

vertice nel punto dato e la base sulla direzione d'uno dei lati del poligono.

Problema 55. — *Per un punto dato nell'interno d'un poligono qualunque condurre due rette che lo dividano in due parti uguali o in dato rapporto.*

Soluzione. — Si conduce per il punto dato *P*

(fig. 49) una trasversale qualunque *CPF*. Si risolve il problema per ciascuno dei due poligoni ottenuti (V. Problema precedente) e la spezzata *GPH* risolverà il problema proposto.

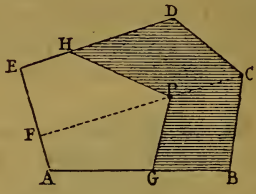

Fig. 49.

Problema 56. — *Dato un triangolo* **ABC** *ed un punto* **D** *del suo perimetro, condurre per tale punto una retta che divida il triangolo in due parti equivalenti.*

Soluzione 1.ª — Trasformiamo il triangolo dato un altro *ADE* (fig. 50) che abbia lo stesso ver-

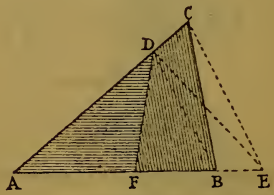

Fig. 50.

tice *A*, e il vertice *C* in *D; B* cadrà in *E*, ottenuto conducendo *CE* parallela a *DB*. La mediana *DF* di questo nuovo triangolo risolverà evidentemente il problema proposto.

Osservazione. — Con questo procedimento si può scomporre il triangolo dato in n parti equivalenti; per ciò basta dividere AE in n parti uguali e unire D coi punti di divisione.

Si può anche scomporre il triangolo in parti che siano fra loro in un dato rapporto.

Può presentarsi il caso che uno o più dei punti di divisione della AE cada fuori del lato AB (fig. 51).

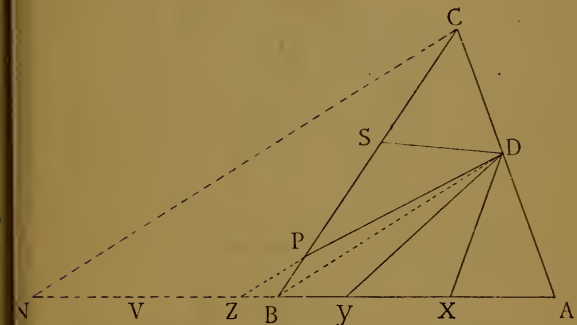

Fig. 51.

La retta DZ non soddisfa in tal caso al problema; ma conducendo ZP parallela a DB avremo il triangolo DPB equivalente a DZB; dunque DP soddisferà.

Per la DV non si può procedere in modo analogo: ma è facile vedere che basta condurre la mediana DS del triangolo residuo DPC.

Soluzione 2.ª — Sia *DF* la retta cercata (fig. 52). Si dovrà avere:

ACM equivalente ad *AFD*

ed essendo *ADM* comune:

CDM equivalente ad *MFD*.

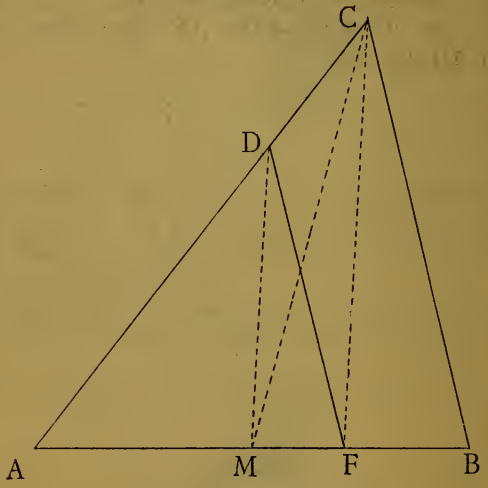

Fig. 52.

Dunque *CF* è parallela a *DM*, d'onde la costruzione semplicissima per ottenere *F* e conseguentemente *DF*.

Osservazione. — Questa costruzione si presta meno bene della prima alla *generalizzazione* del problema studiata nell' osservazione precedente.

Problema 57. — *Per un punto dato* **P** *condurre una segante* **PBC** *che tagli un angolo dato* **A** *in modo che il perimetro del triangolo risultante abbia una lunghezza data* **2p**.

Soluzione. — Supponiamo il problema risolto (fig. 53) e sia

$$AB + BC + CA = 2p.$$

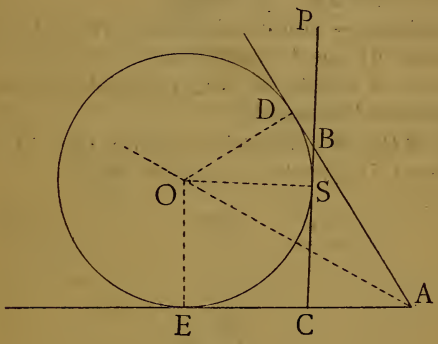

Fig. 53.

Costruiamo il circolo tangente alle rette *AD*, *AE*, *BC*, che è uno dei circoli *ex-iscritti* al triangolo *ABC*, e conduciamo i raggi perpendicolari alle tre tangenti.

Avremo:

$$BD = BS$$
$$CE = CS.$$

Da ciò risulta che tutte le tangenti condotte al circolo *O* in punti dell'arco *DSE* determinano triangoli di perimetro *costante ed uguale a* $2AD$.

Per risolvere il problema basterà dunque determinare ii punto D facendo

$$AD = p$$

che è la metà del perimetro dato. Avuto D si traccia il circolo O e si conduce da P la tangente a tale circolo *dalla parte di A*.

Problema 58. — *Costruire un triangolo, dato il perimetro* **2p** *e gli angoli.*

Soluzione. — Diamo al numero 126 *b* due altre soluzioni di questo problema.

Questa è basata su una proprietà dei circoli *ex-iscritti* al triangolo.

Sia ABC il triangolo cercato (fig. 54). Costruiamo il circolo *ex-iscritto DEF*.

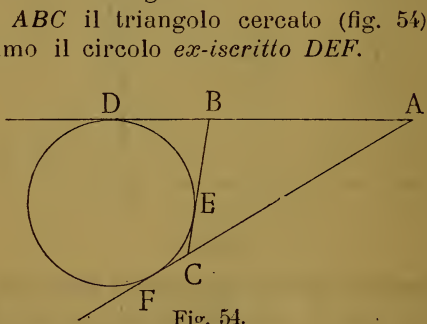

Fig. 54.

Essendo:

$$BD = BE$$
$$CF = CE$$

ne risulta:

$$AB + AC + BD + CE = 2p$$

ma siccome

$$AD = AF$$

sarà

$$AF = p.$$

La costruzione dovrà dunque essere questa. Nell'angolo dato A si porta $AD = AF = p$ e si descrive il circolo tangente in D ed F ai lati di tale angolo. Si conduce poi una tangente a tale circolo tale che sia

$$\overset{\frown}{ABC} = B$$

che è l'altro angolo dato.

Osservazione. — Le tangenti che si possono condurre in tale direzione sono due, ma quella che risolve il problema è compresa tra il circolo e il vertice A.

Problema 59. — *Costruire un triangolo, dato il perimetro* **2p**, *un angolo* **A** *e l'altezza* **h** *ad esso relativa.*

Soluzione. — Si può risolvere questo problema in modo analogo al precedente. La tangente BC anzichè formare con AD un certo angolo dovrà anche essere tangente al circolo $A(h)$.

Osservazione. — È facile vedere come si risolverebbe il problema quando l'altezza data si riferisse al vertice B. Non si avrebbe che a determinare B mediante una parallela alla AF distante da essa dell'altezza data, e condurre poi per B la tangente BC.

Problema 60. — *Costruire un triangolo conoscendo i piedi delle sue tre altezze.*

Soluzione. — È noto che le altezze di un triangolo sono le bisettrici degli angoli del triangolo che si ottiene congiungendo i piedi di tali altezze.

Si risolverà dunque il problema proposto conducendo (fig. 55) *DE, DF, EF,* costruendo poi le bisettrici *DA, EB, FC* e conducendo infine le perpendicolari *BC, AC, AB* a tali bisettrici.

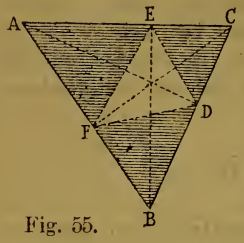

Fig. 55.

Problema 61. — *Tracciare la bisettrice dell'angolo di due rette, senza ricorrere al vertice* **A** *di tale angolo.*

Soluzione. — 1.° Sappiamo che in un triangolo le bisettrici degli angoli si tagliano in uno stesso punto, il quale perciò si può determinare servendosi di *due soli* degli angoli del triangolo.

Dunque segando le due rette con una trasversale qualunque otterremo un triangolo *ABC* nel quale potremo costruire le bisettrici degli angoli *B, C* il cui punto d'intersezione apparterrà alla bisettrice cercata; un altro punto di questa si otterrà conducendo le bisettrici degli angoli adiacenti a *B, C* (cioè esterni al triangolo *ABC*).

2.° Possiamo partire dalla considerazione che i punti della bisettrice cercata debbono essere equidistanti dai lati dell'angolo. Per determinarne uno conduciamo due parallele ai lati dell'angolo e distanti da essi di una certa lunghezza *a;* il loro incontro sarà il punto cercato; in modo analogo se ne trova un altro e si può allora tracciare la bisettrice.

METODO DEI LUOGHI GEOMETRICI

Un metodo che ha moltissime applicazioni e sul quale insisteremo più particolarmente è quello dei *luoghi geometrici.*

Esso è applicabile a moltissimi problemi e specialmente a quelli la cui soluzione si può ridurre alla ricerca di *un certo punto.*

Quando un punto è assoggettato ad un dato numero di condizioni può darsi che queste siano insufficienti per *individuarlo,* ma bastino per determinare una serie di posizioni di esso nel piano o nello spazio il cui insieme dicesi *luogo geometrico* di quel punto.

Così un punto che deve trovarsi su due rette date è *individuato* perfettamente e si trova nella loro intersezione.

Invece un punto che sia soltanto soggetto alla condizione di trovarsi (in un piano) ad una data distanza r da un punto dato O potrà occupare una serie di posizioni rispetto a tale punto, il cui insieme costituisce una *linea* che chiamasi *circonferenza di circolo.* Diremo dunque che la

circonferenza è il *luogo geometrico* dei punti del piano che distano d'una lunghezza costante da un punto fisso.

E se assoggettiamo il punto alla stessa condizione, ma senza la restrizione che esso debba trovarsi sempre in uno stesso piano, l'insieme delle posizioni che esso potrà occupare nello spazio attorno al punto fisso costituirà una *superficie* che chiamasi *sferica*. La superficie della sfera è dunque il *luogo geometrico* dei punti *dello spazio* che distano ugualmente da un punto fisso (centro).

Vediamo ora quale uso possa farsi dei luoghi geometrici nella soluzione dei problemi.

Abbiamo già osservato come l'esame della figura rappresentante il problema supposto risolto, ci conduca nella maggior parte dei casi a far dipendere la soluzione dalla determinazione di *un punto* in relazione coi *dati*. Tale punto sarà individuato dalla intersezione di rette e circoli fra loro; queste rette e questi circoli, in generale, non sono altro che luoghi geometrici di punti che possiamo ottenere quando prescindiamo da una delle condizioni imposte nel problema, per limitarci a tener calcolo solamente delle altre.

La via è dunque tracciata. Dobbiamo studiare quali siano i luoghi geometrici utili per la soluzione del nostro problema; determinarne la natura e descriverli per ottenere con le loro intersezioni i punti che cerchiamo.

Si possono considerare luoghi non soltanto

di *punti* ma anche di *rette* che si chiamano *inviluppi*. Così, ad esempio, l'insieme delle corde uguali che si possono condurre in un circolo *A* *inviluppa* un circolo concentrico al circolo *A*. Ma non faremo uso di questi luoghi che sono più sovente curve diverse dal circolo e presentano poche applicazioni.

Il metodo dei luoghi geometrici, che è il più generale, presenta però in pratica alcune difficoltà di applicazione che verremo indicando.

In primo luogo non è sempre *facile*, e non in tutti i problemi è *possibile*, ricorrere ai luoghi geometrici per risolverli.

Il luogo geometrico poi, che nei casi più semplici è una retta od un circolo, è però sovente una *conica* (ellisse, iperbola, parabola) od una *curva* più complessa.

In tali casi si potrebbe pensare che non sia possibile risolvere il problema con riga e compasso, mentre il più delle volte tale possibilità esiste; solo, o il luogo geometrico considerato fu scelto male, o non è necessario alla soluzione del problema.

Questo è necessario che l'allievo sappia, per poter dirigere le sue indagini sia su altri luoghi geometrici, sia per altre vie.

Sebbene non facciamo uso delle coniche in questo libro possiamo però far notare che:

1.° *Non vi sono altre curve all'infuori delle coniche (circolo, ellisse, parabola, iperbola) le cui intersezioni con una retta qualunque possano determinarsi con riga e compasso.*

2.° *Non vi sono altre curve all'infuori delle coniche alle quali si possano condurre tangenti da un punto qualunque con riga e compasso.*

3°. *Non vi sono altre linee, all'infuori della retta e del circolo, le cui intersezioni con un circolo qualunque possano essere determinate con riga e compasso.*

Giova peraltro osservare come tali regole generali soffrano eccezione quando i circoli e le rette si trovino rispetto alle coniche con le quali se ne vogliano determinare le intersezioni, in particolari posizioni. Alcuni esempii che daremo più oltre faranno meglio comprendere queste osservazioni.

Passiamo ora ad occuparci del modo di riconoscere la natura del luogo geometrico che cerchiamo, e del suo tracciamento.

Il modo più semplice per istudiare un luogo geometrico consiste nel trovarne alcuni punti, quattro almeno. Naturalmente a questo si ricorre soltanto quando la natura del luogo non apparisca in modo evidente.

Per lo più il luogo cercato offre punti *singolari* la cui determinazione è più facile di quella di un suo punto *qualunque;* anzi in molti casi tali punti singolari esistono già nella figura stessa.

La posizione relativa di tali punti farà subito conoscere se si tratti d'una retta o d'una curva; facendo passare un circolo per *tre* dei punti ottenuti si potrà riscontrare se esso passi anche per gli altri, il che proverebbe essere il luogo cercato un circolo.

Ma questo metodo *grafico* non è consigliabile. che in casi difficili, il vantaggio che se ne può trarre consiste unicamente nella *facilità* che la figura tracciata presenta per riconoscere il genere della linea in quistione. In ogni modo esso non ha valore alcuno se non si riesca poi a *dimostrare* geometricamente che il luogo è effettivamente quella tal linea che si presume.

Il procedimento che si deve seguire per tale dimostrazione è questo:

1.° *Si dimostra che tutti i punti della linea godono della proprietà caratteristica enunciata.*

2.° *Si prova che ogni punto non appartenente alla linea non gode di tale proprietà.*

Oppure quest'altro:

1.° *Si dimostra che un punto qualunque che goda della proprietà voluta, si trova sulla linea.*

2.° *Si prova che tutta la linea appartiene al luogo, oppure si rileva quale parte di essa appartenga al luogo.*

Da quanto abbiamo esposto risulta evidente il grande vantaggio che si avrà dal conoscere un gran numero di luoghi geometrici, potendosi con ciò evitare le ricerche talvolta lunghe e laticose che sarebbero necessarie per determinarli.

Per tali ragioni verremo indicando quelli che più comunemente occorrono nei problemi geometrici e la cui conoscenza quindi si può dire indispensabile.

Luoghi geometrici nel piano.

Siccome i luoghi geometrici che indichiamo sono *tra i più semplici* crediamo superfluo il dimostrarli, potendo facilmente farlo l'allievo stesso.

1.° Il luogo geometrico dei punti equidistanti da due rette che si segano è costituito dalle bisettrici degli angoli che esse rette formano tra loro.

Per conseguenza tale luogo geometrico è anche quello dei centri dei circoli che toccano le due rette date.

2.° Il luogo geometrico dei punti che distano di una data lunghezza da una retta data è costituito da due rette ad essa parallele che ne distano della lunghezza data.

3.° Il luogo geometrico dei punti che distano ugualmente da due punti dati è la perpendicolare condotta pel mezzo del segmento che unisce i due punti stessi.

4.° Il luogo geometrico dei centri dei circoli che passano per due punti dati è la retta perpendicolare sul mezzo della retta congiungente tali punti.

5.° Il luogo geometrico dei punti che distano di una data lunghezza l da una circonferenza data di raggio r è costituito da due circonferenze ad essa concentriche, i cui raggi sono rispettivamente

$$r + l \text{ ed } r - l.$$

6.° Il luogo geometrico dei punti estremi delle tangenti d'eguale lunghezza che si possono condurre ad un dato circolo è un circolo concentrico ad esso.

7.° Il luogo geometrico dei punti che godono della proprietà che le coppie di tangenti da essi condotte ad un dato circolo facciano tra loro angolo costante, è un circolo concentrico al dato.

8.° Il luogo geometrico dei punti di mezzo delle corde di lunghezza data che possono condursi in un dato circolo è un circolo concentrico al dato e tangente a tali corde.

9.° Il luogo geometrico dei punti le cui congiungenti con due punti fissi formino tra loro angolo dato è costituito da due segmenti di circolo *capaci* dell'angolo proposto (fig. 56).

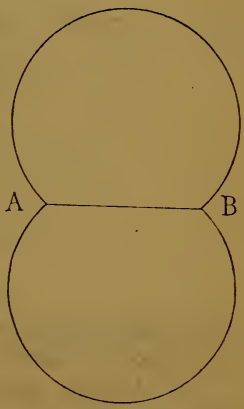

Fig. 56.

10.° Il luogo geometrico dei vertici di tutti i triangoli rettangoli che hanno ipotenusa data è la circonferenza descritta su tale ipotenusa come diametro.

11.° Il luogo geometrico dei vertici di tutti i triangoli che hanno base data e sono equivalenti è costituito da due rette parallele a tale

base e distanti da essa di una lunghezza che è l'*altezza costante* dei triangoli in quistione.

12.° Il luogo geometrico dei punti medii delle *corde* condotte in un circolo da un punto *qualunque* è un arco di circolo perchè le rette che uniscono il punto medio di una di tali corde col centro del circolo dato e col punto dato formano angolo retto. L'arco del luogo appar-

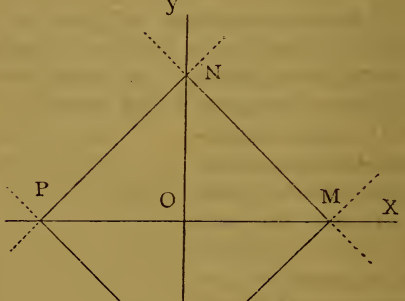

Fig. 57.

tiene dunque ad un circolo che ha per diametro la congiungente il punto dato col centro del circolo.

13.° Il luogo geometrico dei centri dei circoli tangenti ad una retta a in un suo punto A è la perpendicolare alla retta a condotta per A.

14.° *a*) Il luogo dei punti le cui distanze da due rette OX, OY (fig. 57) perpendicolari fra

loro hanno una somma costante m è il perimetro del quadrato $MNPQ$ che si ottiene facendo $OM = m$.

b) Se m rappresenta invece la *differenza* fra le due distanze, il luogo è costituito dai *prolungamenti* dei lati del quadrato suddetto.

Passiamo ora a studiare alcuni luoghi geometrici più difficili a determinare, affinchè il metodo seguito nella ricerca di essi possa servire di norma a casi analoghi.

Esercizio 62. — *Per ciascun punto di una circonferenza si conducono delle parallele sulle quali si prende una lunghezza costante* **l**; *quale è il luogo dei punti così ottenuti?*

Soluzione. — Sia CN (fig. 58) uguale e paral-

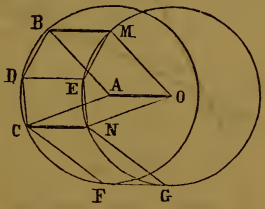

Fig. 58.

lela a BM. Pel centro A conduciamo una parallela AO eguale ad l.

La figura $ABMO$ è un parallelogramma lunque:

$$OM = AB$$

come pure

$$ON = AC = r.$$

Il luogo cercato è dunque una circonferenza *eguale* alla prima, la cui *posizione* dipende dalla direzione delle parallele che conduciamo e dalla lunghezza l.

Osservazione. — In eguali condizioni si otterrebbe come luogo una figura *eguale alla proposta come base,* perchè *composta di figure eguali e disposte nello stesso modo.*

Esercizio 63. — *Quale è il luogo dei punti tali che le loro distanze da due rette date siano in un rapporto dato* $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$?

Soluzione. — Siano OX, OY (fig. 59) le rette

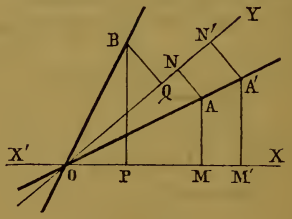

Fig. 59.

date ed A un punto che soddisfi alla condizione imposta, tale cioè che si abbia:

$$\frac{AM}{AN} = \frac{m}{n}.$$

Il punto O appartiene al luogo; conduciamo la retta OA. È facile dimostrare che tutti i suoi punti soddisfano alla detta condizione.

Infatti preso un altro punto qualunque di essa A', si avrà:

$$\frac{A'M'}{AM} = \frac{A'O}{AO}$$

$$\frac{A'N'}{AN} = \frac{A'O}{AO}$$

ossia

$$\frac{A'M'}{AM} = \frac{A'N'}{AN}$$

od ancora

$$\frac{A'M'}{A'N'} = \frac{AM}{AN} = \frac{m}{n}.$$

Siccome il punto A può essere preso tanto nell'angolo XOY come nel suo supplementare $X'OY$ si avrà un'altra retta OB che soddisfa al quesito, epperò il luogo cercato si compone di due rette OA, OB uscenti dal punto d'intersezione O di quelle date.

In generale però, quando non sia indicato l'ordine nel quale debbono essere considerate le due rette date si avranno *quattro* rette costituenti il luogo, potendosi fare

$$AM = m \text{ od } AM = n.$$

Esercizio 64. — *Quale è il luogo geometrico dei punti le cui distanze da due punti dati* **A**, **B** *siano tra loro nel rapporto costante* $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$?

Soluzione. — Sia C (fig. 60) un punto qualunque del luogo cercato, tale cioè che sia:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{m}{n}.$$

Le bisettrici degli angoli *BCA* e *BCD* determinano dei punti *M* ed *N* che danno:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{CA}{CB} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{CA}{CB} = \frac{m}{n}$$

in virtù delle relazioni note fra due lati di un

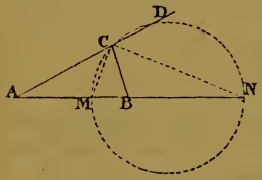

Fig. 60.

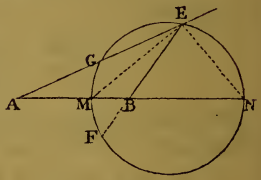

Fig. 61.

triangolo e i segmenti che la bisettrice del loro angolo (interno od esterno) determina sul terzo lato.

Sulla direzione *AB* i punti *M*, *N* sono i soli che soddisfino al problema, e siccome l'angolo delle bisettrici *MCN* è retto, il punto *C* appartiene alla circonferenza descritta su *MN* come diametro.

Bisogna ora dimostrare che tutti i punti di questa circonferenza soddisfano alla condizione fondamentale.

Per un punto *E* qualunque della circonferenza (fig. 61) conduciamo *EA, EM, EN;* facciamo $ME = MG$ e conduciamo *EF*. Nel triangolo *AEB'* la *ME* sarà bisettrice interna e la *EN* bisettrice esterna.

Si avrà dunque:

$$\frac{EA}{EB'} = \frac{MA}{MB'} = \frac{NA}{NB'}.$$

Ma siccome non vi è tra M ed N altro punto all' infuori di B tale che si verifichi l'eguaglianza

$$\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB}$$

così B' dovrà coincidere con B, epperò E è un punto del luogo cercato; esso è dunque veramente la circonferenza *FMEN*.

Esercizio 65. — *Quale è il luogo del punto di concorso delle diagonali dei parallelogrammi iscritti in un quadrilatero dato.*

Soluzione. — Per iscrivere un parallelogramma in un quadrilatero basta condurre (fig. 62) *EF*

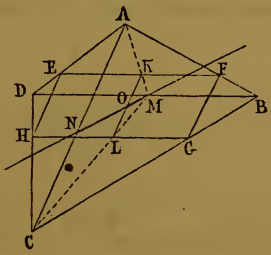

Fig. 62.

parallela alla diagonale *BD*, *FG* parallela all'altra diagonale *AC;* le rette *GH*, *EH* rispettivamente parallele ad *EF*, *FG* s' intersecano sul lato *CD*.

Il punto di concorso delle diagonali è sul mezzo della retta *LK* che unisce i punti medii di due lati opposti; ma il luogo del punto *K* è la mediana *AM* del triangolo *ABD*. Il luogo del punto *L* è la mediana *CM* del triangolo *BCD;* infine il luogo del punto *O*, medio di *LK* è la mediana *MN* del triangolo *AMC;* dunque il luogo del punto di concorso delle diagonali è la retta *MN* che unisce i punti medii delle diagonali del quadrilatero.

I prolungamenti di *MN* corrispondono ai parallelogrammi i cui vertici giacciono sui prolungamenti dei lati del quadrilatero proposto.

Esercizio 66. — *Trovare il luogo dei punti d'incontro delle diagonali dei rettangoli iscritti in un triangolo dato* **ABC**.

Soluzione. — Per iscrivere un rettangolo nel triangolo basta condurre (fig. 63) una parallela

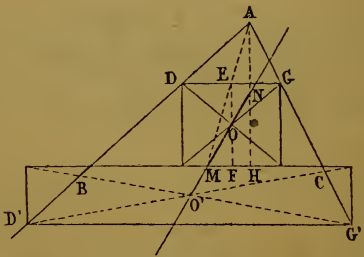

Fig. 63.

DG ad un lato *BC* ed abbassare le perpendicolari da *D* e *G* su *BC*. Il punto d'intersezione delle diagonali è il punto medio di *EF* (congiun-

gente i punti medii dei lati opposti del rettangolo). Ma il luogo di E quando varia DG, è la mediana AM del triangolo dato.

Dunque il luogo di O è la mediana MN del triangolo MAH ossia la congiungente del punto medio M del lato BC col punto medio N dell'altezza AH.

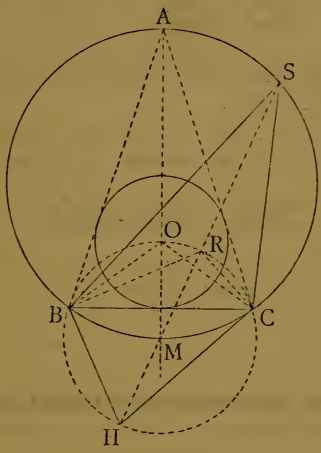

Fig. 64.

Per ciascun lato del triangolo dato si ha un corrispondente luogo dei punti O.

Le porzioni del luogo *esterne* al triangolo corrispondono ai rettangoli i cui vertici D', G' giacciono sui prolungamenti dei lati del triangolo dato.

Esercizio 67. — *Quale è il luogo dei centri*

dei circoli iscritti nei triangoli che hanno una data base ed un dato angolo ad essa opposto?

Soluzione. — Il luogo cercato (fig. 64) è la circonferenza descritta dal punto medio M dell'arco BC come centro e che passa pei punti B e C. Infatti da ogni punto R dell'arco BOC si vedrà la corda BC sotto un angolo

$$\widehat{BRC} = \widehat{BOC} = \frac{\pi}{2} + \frac{A}{2}$$

il che si verifica solo quando R sia il centro del circolo iscritto.

L'altro arco BHC del luogo corrisponde ai centri dei circoli *ex-iscritti*, pei quali l'angolo

$$\widehat{BHC} = 180^\circ - \widehat{BRC}$$

ossia

$$\widehat{BHC} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}.$$

Applicazioni del metodo dei luoghi geometrici.

Abbiamo veduto che la considerazione di luoghi geometrici è sufficiente per risolvere i problemi, ogniqualvolta si tratti di figure che sono completamente determinate quando si sia trovato un punto unico convenientemente scelto.

Esempio 68. — *Condurre da un punto dato* **A** *la tangente ad un circolo dato* **O**.

Soluzione. — Si tratta di tracciare una retta della quale è noto un punto; basterà dunque

determinarne un altro, p. es., il punto di contatto C col circolo dato.

Tale punto si deve trovare sul circolo dato che può essere considerato come un primo luogo di esso; il secondo luogo è costituito dal circolo descritto sopra AO come diametro (Vedi *Luogo geometrico,* N. 20) poichè dovendo essere AC *tangente* al circolo, il triangolo ACO deve essere rettangolo in C.

Dunque C si troverà all' intersezione dei due circoli (due soluzioni).

Quando il problema comporti una figura più complicata, il metodo dei luoghi geometrici può applicarsi alla determinazione di ciascuno dei punti necessari alla costruzione della figura.

In questo caso il numero delle condizioni contenute nell'enunciato è superiore a due.

Se si trascura una di queste condizioni vi è una infinità di figure che soddisfano alle condizioni conservate; e se si seguono tutte le posizioni d'un punto singolare nelle figure successive così ottenute, esse formano un luogo geometrico sul quale deve trovarsi questo punto nella figura richiesta. Riprendendo allora tutte le condizioni date, se ne trascura un'altra, ma *tenendo conto della prima;* si ha così un nuovo luogo che dovrà contenere *lo stesso punto* e che con la sua intersezione col primo determina la posizione dal punto cercato.

In tal modo si possono trovare tanti luoghi contenenti il punto, quante sono le condizioni distinte contenute nell'enunciato, e, combinandoli due a due, ottenere tutte le soluzioni.

La semplicità di ciascuna soluzione dipenderà in primo luogo dalla scelta dei punti caratteristici, se non sono indicati esplicitamente, e poi, per ciascun punto, dalla scelta delle condizioni lasciate da parte, per la determinazione dei due luoghi geometrici che debbono determinarli.

Passiamo ora ad alcune applicazioni.

Problema 69. — *Iscrivere in un triangolo* **ABC** *un rettangolo di perimetro dato* **2 p**, *due vertici dovendo essere sul lato* **BC**.

Soluzione. — Supponiamo il problema risolto e sia *DEFG* il rettangolo richiesto (fig. 65). Per

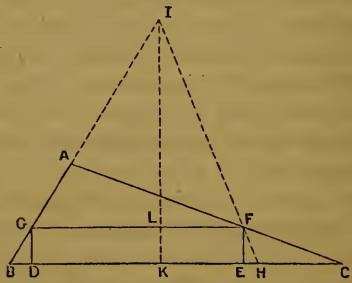

Fig. 65.

costruire il rettangolo basterà conoscerne ad esempio un vertice *F*.

1.° Tenendo conto della sola condizione che esso si deve trovare sul lato *AC*, avremo la retta stessa *AC* come *primo luogo*.

2.° Facendo invece astrazione da tale condizione per tener conto solamente del perimetro dato $2p$, dovremo cercare il luogo del quarto vertice F di un rettangolo di perimetro $2p$, che ha due vertici D, E sul lato BC di un angolo CBA, ed un terzo vertice G sull'altro lato dello stesso angolo. Ora il semi-perimetro p è eguale a $GD + GF$; da ciò quest'altro enunciato:

Trovare il luogo ottenuto conducendo per un punto variabile **G** *di una retta* **BA** *una perpendicolare* **GD** *al lato* **BC**, *poi una parallela allo stesso lato, e prendendo su questa parallela una lunghezza* **GF** *tale che la somma* **GD + GF** *abbia un valore dato* **p**.

Otterremo due punti singolari H, I del luogo, prendendo su BC una lunghezza $BH = p$, poi su BA un punto I tale che la distanza IK al lato BC sia eguale a p; il primo punto H corrisponde a *GD zero*, il secondo I a *GF zero*. Il triangolo IBH è tale che la sua altezza IK è uguale alla base BH e godranno della stessa proprietà tutti i triangoli ottenuti segandolo con una parallela al lato BC.

Ciò posto, se F è un punto qualunque del luogo, si ha per ipotesi.

$$GD + GF = p \tag{1}$$

Indicando con L il punto nel quale IK incontra GF, si ha pure:

$$LK + IL = p \tag{2}$$

ma osserviamo che:

$$GD = LK$$

dunque dalle due uguaglianze (1) e (2), risulta:

$$GF = IL$$

e il triangolo *IGF* evendo l'altezza uguale alla base coincide col triangolo ottenuto segando il triangolo *IBH* con la parallela a *BC* condotta per *G*. Ogni punto del luogo è perciò sopra *IH* e lo stesso ragionamento dimostra che, reciprocamente, ogni punto di *IH* è un punto del luogo, il quale non è altro che il segmento di retta *IH*.

La costruzione si ridurrà perciò a determinare i punti *I*, *H* nel modo indicato, ed a tracciare la retta *IH* la quale ci darà il punto *F* nella sua intersezione con *AC*.

Osservazione 1.ª — Affinchè il problema ammetta soluzione non solo è necessario che le rette *IH* ed *AC* si seghino, ma anche che il punto d'intersezione sia sui segmenti *IH* ed *AC*.

Qualora tale intersezione cadesse fuori di tali limiti, non si potrebbe interpretarla se non attribuendo dei segni ai lati dei rettangoli e quindi modificando completamente l'enunciato.

Supponiamo che il punto d'intersezione sia al disotto di *BC*, la perpendicolare *DG* cambierebbe di segno e di senso ad un tempo e se conveniamo di chiamare tale perpendicolare *altezza* del rettangolo, che sarebbe *ex-iscritto* del triangolo, il punto *F* risponderebbe a questo enunciato:

Dato un triangolo **ABC**, *costruire un rettangolo avente due vertici sul lato* **BC** *ed uno su ciascuno degli altri lati prolungati al di là*

di **BC**, *tale che l'eccesso della base sull'altezza sia* **p**.

Se invece F fosse al disopra di A, si dovrebbe considerare la base GF come negativa e si sarebbe condotti ad un enunciato analogo, l'eccesso dell'altezza sulla base dovendo essere p.

Osservazione 2.ª — Si sarebbe potuto cominciare col determinare uno dei vertici situati sul lato BC (fig. 66) per esempio D, come interse-

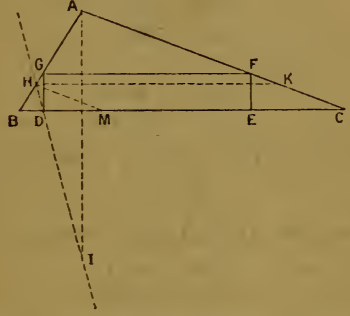

Fig. 66.

zione del lato BC col luogo ottenuto conducendo per un punto variabile G di BA, una retta GF parallela a BC e limitata ad AC, poi un'altra retta GD perpendicolare a BC e di lunghezza tale da avere:

$$GF + GD = p.$$

Anche questo luogo è una retta; costruiamone i punti singolari:

1.° A $GD = o$ corrisponde H che si ottiene portando $CM = p$ e conducendo MH parallela a CA.

2.° A $GF = o$ corrisponde I che si ottiene portando sull'altezza condotta da A la $AI = p$. Il luogo è il segmento di retta HI.

Infatti sia D un punto qualunque di tale segmento; basterà provare che $GD + GF = p$; ora dalla similitudine dei triangoli GHD, AHI, abbiamo:

$$\frac{GD}{AI} = \frac{HG}{HA}$$

ossia

$$\frac{GD}{p} = \frac{HG}{HA}.$$

Conducendo HK parallela a BC, sarà:

$$HK = p$$

e dai triangoli AGF, AHK, avremo:

$$\frac{GF}{p} = \frac{GA}{HA}$$

e sommando membro a membro le due uguaglianze:

$$\frac{GD + GF}{p} = \frac{HG + GA}{HA} = 1$$

da cui

$$GD + GF = p.$$

È facile dimostrare la reciproca.

Problema 70. — *Costruire una circonferenza di raggio* **R** *tangente ad una retta* **D** *e ad una circonferenza* **C** *date.*

Soluzione. — Il problema sarà risolto trovando il centro O della circonferenza cercata.

Tre sono le condizioni dell'enunciato da cui tre luoghi distinti che dovranno contenere il centro O, secondo quale di tali tre condizioni si lascia da parte.

Primo luogo. — Trascurando la terza condizione cerchiamo il luogo dei punti che sono ad una distanza R da una retta data d. Tale luogo si compone di due rette x, x' parallele a d. (V. *Luoghi geometrici*, N. 2).

Secondo luogo. — Trascurando la seconda condizione dobbiamo cercare il luogo dei centri delle circonferenze di raggio R tangenti alla circonferenza data. Tale luogo si compone di due circonferenze ad essa concentriche e che hanno per raggi la somma e la differenza dei due raggi dati.

Terzo luogo. — Trascurando infine la prima condizione cioè il raggio R, il centro sarà assoggettato a trovarsi ugualmente distante dalla retta d e dalla circonferenza data, la distanza dalla circonferenza dovendo essere misurata dalla più piccola o dalla più grande normale secondo il genere del contatto delle due circonferenze che possono essere esterne l'una all'altra o l'una avviluppante l'altra.

Il luogo si compone nei due casi di due *parabole* aventi per *foco* comune il centro O.

Combinando ora due a due i tre luoghi geometrici ottenuti ne risultano tre metodi per la soluzione del problema proposto.

Primo metodo. — Intersezione dei due primi luoghi geometrici, che si costruiscono con riga e compasso; la soluzione si ottiene immediatamente.

Secondo metodo. — Combinazione del primo metodo ossia intersezione di due parabole omofocali con un sistema di due rette perpendicolari al loro asse.

Non si possono tracciare le parabole se non con istrumenti diversi dal compasso comune; si possono peraltro, trovare le intersezioni cercate col solo uso della riga e del compasso, ma, ripetiamo, ciò esce dal nostro campo.

Terzo metodo. — Dalla combinazione del secondo col terzo luogo siamo condotti alla ricerca delle intersezioni di due parabole omofocali con due circonferenze *che hanno per centro il foco stesso*. Ora il problema *in questo caso singolare* si può risolvere con riga e compasso.

Osservazione. — Le costruzioni relative a questi metodi, sebbene derivino da considerazioni diverse, si riducono però alle stesse operazioni grafiche, e non diversificano tra loro se non per l'ordine nel quale tali operazioni si debbono eseguire.

Ciò accade sovente e l'esempio che abbiamo addotto serve a far vedere come si possa pervenire alla soluzione del problema mediante considerazioni di differente complicazione. Tutto sta nella scelta dei luoghi dalle cui intersezioni la soluzione dipende.

In taluni casi i luoghi geometrici dei quali

si fa uso nella costruzione non dipendono tutti da condizioni contenute esplicitamente nell'enunciato del problema, ma da quelle si deducono con opportune considerazioni.

Eccone un esempio.

Problema 71. — *Costruire un circolo tale che sia* **veduto** *sotto dati angoli* **2a**, **2b**, **2c**, *da*

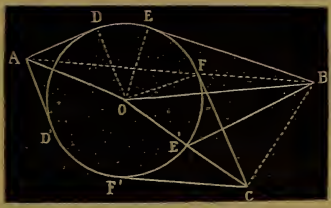

Fig. 67 e 68.

tre punti dati **A**, **B**, **C**, *ossia che le coppie di tangenti che ad esso si possono condurre da tali punti facciano angoli dati.*

Soluzione. — Sia *O* il circolo cercato (fig. 67 e 68).

Osserviamo che:

$$\widehat{DAO} = a \qquad \widehat{EBO} = b \qquad \widehat{FCO} = c$$

e che i triangoli *ADO, BEO, CFO* sono rettangoli, con un lato uguale al raggio del circolo *O*.

Conduciamo dunque sopra una retta qualunque *XY* una perpendicolare arbitraria *IO'* e facciamo gli angoli:

$$O'A'I = a \qquad O'B'I = b \qquad O'C'I = c.$$

Dalla similitudine dei triangoli *O'A'I*, *O'B'I*, *O'C'I* coi tre *ADO*, *BEO*, *CFO*, si deduce:

$$\frac{O'I}{OD} = \frac{O'A'}{OA} \qquad \frac{O'I}{OE} = \frac{O'B'}{OB}$$

$$\frac{O'I}{OF} = \frac{O'C'}{OC}$$

ed essendo

$$OD = OE = OF$$

si avrà

$$\frac{OA}{OB} = \frac{O'A'}{O'B'}; \qquad \frac{OA}{OC} = \frac{O'A'}{O'C'}.$$

Dunque le distanze dal punto *O* ai dati *A, B, C,* sono proporzionali alle lunghezze ausiliarie *O'A', O'B', O'C'* per cui esso punto apparterrà a *tre* luoghi geometrici dello stesso genere, due dei quali naturalmente bastano per individuarlo.

Esso dovrà appartenere al luogo dei punti le cui distanze da *A* e *B* sono tra loro come *O'A'* ad *O'B';* e così per *A*, *C* e *B*, *C*.

Tali luoghi sono circoli di facile determinazione (V. N. 64).

Siccome le soluzioni dipendono dall' intersezione di due circoli se ne possono avere due, una o nessuna.

Esposto così il modo di applicare il metodo dei luoghi geometrici, daremo una serie di problemi risolti che varranno a farne meglio comprendere l'utilità.

Probema 72. — *Trovare un punto* **X** *equidistante da tre punti dati* **A**, **B**, **C**.

Soluzione. — Se ci limitiamo a considerare i punti equidistanti da A e B, trascurando cioè il punto C, troviamo che il loro luogo geometrico (V. *Luoghi geometrici*, N. 3) è una retta perpendicolare sul mezzo di AB, dunque su essa dovrà trovarsi il punto cercato; se invece consideriamo i punti B, C, trascurando A, avremo come luogo geometrico del punto cercato un'altra retta perpendicolare sul mezzo di BC; dunque il punto X sarà nell'intersezione di tali due luoghi geometrici.

Osservazione. — Questo problema si può anche enunciare così:

Trovare il centro del circolo che passa per tre punti dati **A**, **B**, **C**.

Problema 73. — *Trovare un punto* **X** *equidistante da tre rette date* **a**, **b**, **c** *non passanti per lo stesso punto.*

Soluzione. — Anche in questo caso, come nel precedente, possiamo considerare due soli dei

dati, ad esempio le rette, a, b; il luogo geometrico del punto cercato sarà composto delle due bisettrici degli angoli da esse formati (V. *Luoghi geometrici*, N. 1); considerando invece le due rette b, c il luogo geometrico del punto X sarà ancora costituito dalle due bisettrici dei loro angoli.

I punti d'incontro di queste bisettrici colle due precedenti risolveranno il problema, il quale ammette dunque *quattro* soluzioni.

Osservazione. — Questo problema può anche enunciarsi così:

Trovare i centri dei circoli iscritto ed ex-iscritti in un triangolo dato.

Problema 74. — *Costruire un circolo di raggio dato* **r** *che passi per due punti dati* **A, B**.

Soluzione. — Il luogo geometrico dei punti che distano r dal punto A è un circolo $A(r)$; il luogo geometrico dei punti che distano r dal punto B è un circolo $B(r)$; il centro del circolo cercato dovendo trovarsi alla distanza r da entrambi i punti A, B sarà necessariamente nel punto d'intersezione dei due circoli $A(r)$ e $B(r)$. Se tali circoli non si segano il problema non ammette soluzione; ne ammette una sola se si toccano e due se si segano.

Problema 75. — *Costruire un circolo di raggio dato* **r** *che passi per un punto dato* **A** *e sia tangente ad una retta data* **m**.

Soluzione. — Il luogo geometrico dei punti che soddisfano alla condizione di essere distanti r dal punto A è un circolo $A(r)$.

Il luogo geometrico dei punti che soddisfano

alle altre condizioni del problema, di essere cioè distanti r dalla retta m è costituito da due rette parallele ad m e distanti da essa di una lunghezza r. Il circolo di raggio r di cui cerchiamo la posizione dovrà avere il suo centro in entrambi tali luoghi perchè possa soddisfare ad un tempo alle due condizioni del problema, di passare cioè per A e di toccare la retta m.

Delle due parallele che compongono il secondo luogo una sola serve nel nostro caso, cioè quella che trovasi dal lato del punto A; infatti è evidente che il centro del circolo cercato non potrebbe trovarsi sull'altra, poichè in tal caso passando per A dovrebbe *segare* la retta m e non potrebbe mai esserle *tangente*.

La soluzione del problema dipende dunque dalla intersezione del circolo $A(r)$ con la retta parallela ad m e distante da essa di r. Possiamo dunque avere due, una o nessuna soluzione.

Problema 76. — *Costruire un circolo di raggio* **r** *che passi per un punto* **A** *e sia tangente ad un circolo dato* **C**.

Soluzione. — Il centro X cercato dovrà essere distante r da A; ora il luogo geometrico dei punti distanti r da A è un circolo $A(r)$.

Il punto X dovrà essere distante r dalla circonferenza data (*esternamente*; vedi problema precedente).

Esso dovrà dunque trovarsi sul circolo $C(R+r)$ che è il luogo geometrico dei punti che distano r dal circolo C di raggio R, dato.

Il punto X si troverà dunque all' intersezione

di tali due luoghi geometrici, epperò il problema ammette due, una o nessuna soluzione a seconda che essi si segano, si toccano o non si segano.

Problema 77. — *Costruire un circolo di raggio dato* **r** *che sia tangente a due rette date* **a**, **b**, *che si segano.*

Soluzione. — Il centro X del circolo cercato dovrà essere distante r dalla retta a; il luogo geometrico dei punti che soddisfano a tale condizione è composto di due rette m, n parallele ad a e distanti r da essa (V. *Luoghi geometrici*, N. 2).

Lo stesso dicasi rispetto alla retta b per la quale il luogo sarà composto di due rette p, q. Dunque X si troverà all'intersezione di m ed n con p e con q; il problema ammette perciò quattro soluzioni.

Problema 78. — *Costruire un circolo di raggio dato* **r** *che sia tangente a due circoli dati* **C**, **D**.

Soluzione. — Il problema si risolve valendosi del luogo geometrico N. 5, considerato rispetto ad entrambi i circoli dati.

Problema 79. — *Costruire un triangolo conoscendo un lato, oltre l'altezza* **h** *e la mediana* **m** *relative ad esso lato.*

Soluzione. — Cominciamo coll'osservare che la soluzione del problema si riduce a trovare il terzo vertice del triangolo. Se ci limitiamo a considerare la condizione dell'altezza trascurando quella della mediana troviamo che il detto vertice dovrà trovarsi su una delle due parallele con-

dotte al lato a distanti da esso di h. Se invece ci limitiamo a considerare la condizione della mediana m, trascurando quella dell'altezza troviamo che il vertice cercato apparterrà al luogo geometrico dei punti distanti m dal punto medio M del lato dato a; tale luogo è il circolo $M(m)$. I punti d'intersezione di questo circolo con le due rette che costituiscono l'altro luogo possono essere quattro, due o nessuno ed altrettante saranno perciò le soluzioni del problema.

Giova però notare come, anche quando si abbiano quattro soluzioni si possano considerare come una sola non differendo esse tra loro che per la *posizione*, e non già per la *forma;* non sono che figure *simmetriche* le une rispetto alle altre.

Problema 80. — *Costruire un circolo che passi per un punto dato* **A**, *e sia tangente ad una retta data* **m** *in un punto dato* **M.**

Soluzione. — Il luogo geometrico dei centri dei circoli tangenti alla retta m nel punto M è la perpendicolare a tale retta, condotta per M (V. *Luoghi geometrici*, N. 13).

Il luogo geometrico dei punti equidistanti da A e da M è la perpendicolare innalzata sul punto medio di AM. Il centro del circolo cercato si troverà all'intersezione di tali due rette. Il problema perciò ammette una sola soluzione.

Problema 81. — *Costruire un circolo che passi per un punto dato* **A**, *e sia tangente ad un circolo dato* **C** *in un punto dato* **M.**

Soluzione. — Questo problema si risolve in modo analogo al precedente; il primo luogo geometrico sarà il raggio che passa pel punto M, prolungato.

Problema 82. — *Sopra una retta data* **m** *determinare un punto che sia ad eguale distanza da due punti dati* **A, B**, *non appartenente ad* **m**.

Soluzione. — Il luogo geometrico dei punti che distano ugualmente da A e B essendo la perpendicolare innalzata sul mezzo di AB (V. *Luoghi geometrici*, N. 3), il punto cercato si troverà all'intersezione di questa retta con quella data m.

Problema 83. — *Costruire un circolo che passi per un dato punto* **A** *e sia tangente a due rette parallele date* **m, n**.

(Evidentemente il punto A dovrà esser dato nella striscia compresa fra le due parallele).

Soluzione. — Cominciamo col trovare il luogo geometrico del centro X del circolo, prescindendo dalla condizione che questo debba passare per il punto dato A. Tale luogo è una parallela x alle date, a metà distanza fra esse. Il raggio r del circolo che cerchiamo è evidentemente la metà della distanza fra le parallele date; descrivendo dunque la circonferenza $A(r)$ sarà questa un secondo luogo al quale dovrà appartenere il centro X. Il problema ammette dunque sempre due soluzioni che corrispondono alle due intersezioni della circonferenza $A(r)$ con la retta x. Si avrebbe una sola soluzione quando A fosse dato *sopra* una delle due parallele m, n.

Problema 84. — *Per un punto dato condurre la tangente ad un circolo dato.*

Soluzione. — In primo luogo si può notare che il punto dato non può essere *interno* al circolo; se esso fosse sulla circonferenza si avrebbe una sola soluzione cioè la perpendicolare in tal punto al raggio corrispondente.

Nel caso generale in cui il punto dato sia esterno al circolo si potranno condurre *due* tangenti. Il problema si riduce a trovarne i punti di contatto. Sappiamo che una tangente ad un circolo fa angolo retto col raggio del punto di contatto. Dunque si tratta di costrurre il triangolo rettangolo che ha per ipotenusa la congiungente il punto dato col centro del circolo ed il cui vertice si trova sulla circonferenza di questo. Ma il luogo geometrico del vertice di un triangolo rettangolo di data ipotenusa è un circolo che ha per diametro l'ipotenusa stessa (V. Luoghi geometrici, N. 10); dunque si dovrà tracciare questo circolo; i punti nei quali esso segherà quello dato saranno i punti di contatto cercati e non resterà che unirli col punto dato.

Problema 85. — *Costruire un triangolo conoscendo un angolo* **A**, *il lato opposto* **a** *e la relativa altezza* **h**.

Soluzione. — Fissiamo il lato *a;* prescindendo ora dalla condizione dell'angolo *A* resta soltanto quella dell'altezza *h;* il vertice del triangolo (punto che risolve il problema) si troverà sulla retta *m* parallela ad *a* e distante da essa di *h* (V. *Luoghi geometrici,* N. 2).

Prescindendo invece dalla condizione dell'altezza rimane quella dell'angolo *A;* il vertice che cerchiamo dovrà dunque trovarsi sull'arco di circolo descritto sulla corda *a*, capace dell'angolo *A* (V. *Luoghi geometrici*, N. 9). Dunque il vertice incognito del triangolo che vogliamo costruire si troverà all'inserzione di questo arco di circolo con la retta *m*, epperò il problema potrà ammettere due, una o nessuna soluzione.

Osservazione. — Anche quando si hanno due soluzioni si riducono effettivamente ad una perchè si tratta di soluzioni *simmetriche.*

Problema 86. — *Costruire un triangolo dati un angolo* **A**, *il lato opposto* **a** *e la mediana* **m** *corrispondente.*

Soluzione. — Si avrà il terzo vertice del triangolo all'intersezione di due circoli uno dei quali è il luogo geometrico dei vertici (V. Luoghi geometrici, N. 9) dei triangoli di base *a* che hanno l'angolo opposto *A;* l'altro è il luogo geometrico dei punti che distano di *m* dal punto medio di *a*.

Il problema potrà dunque ammettere nessuna soluzione, una o due (simmetriche).

Problema 87. — *Determinare un punto dal quale si vedano due segmenti dati sotto angoli dati.*

Soluzione. — Si dice che un segmento rettilineo è *veduto* sotto un certo angolo *A* da un dato punto *S* quando le rette condotte da *S* alle estremità di tale segmento formano tra loro l'angolo *A*.

Siccome il luogo geometrico dei punti dai quali un segmento rettilineo è veduto sotto un angolo A è un arco di circolo descritto su tale segmento come corda e *capace* dell'angolo A (V. *Luoghi geometrici*, N. 9) basterà descrivere i segmenti capaci degli angoli A e B relativamente ai due segmenti dati. Le intersezioni di tali due archi di circolo risolveranno il problema.

Problema 88. — *Costruire un quadrilatero inscrittibile, conoscendo un angolo* **A**, *un lato adiacente* **b** *e le diagonali* **m**, **n**.

Soluzione. 1.ª — Consideriamo il problema come risolto (fig. 69) e siano $\widehat{DAB}$ l'angolo dato,

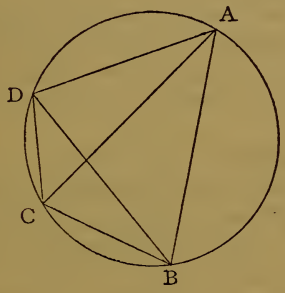

Fig. 69.

AD il lato dato. Osserviamo che il triangolo DAB si può costruire immediatamente poichè ne conosciamo due lati e l'angolo opposto ad uno di essi, cioè:

AD — lato dato b
DB — diagonale data m
DAB — angolo dato A.

Cominciamo col fare in A l'angolo dato e tagliamo poi il lato AB indefinito con un circolo $D\,(m)$ che è il luogo geometrico dei punti distanti m da D.

Potremo ora costruire il circolo circoscritto al quadrilatero domandato poichè ne conosciamo tre punti A, B, D.

Rimane a trovare il quarto vertice C; esso deve trovarsi sulla circonferenza ABD e deve distare n da A, perciò si troverà all'intersezione del circolo ABD con l'altro $A\,(n)$.

2.ª — Consideriamo il triangolo ABD; il vertice A apparterrà al segmento di circolo capace dell'angolo dato A.

Descritto tale circolo esso sarà appunto quello nel quale dovremo iscrivere il quadrilatero cercato. Il vertice A l'otterremo descrivendo il circolo $D\,(b)$ e il vertice C descrivendo il circolo $A\,(n)$.

Problema 89. — *Determinare un punto tale che le tangenti da esso condotte a due circoli* **A, B** *dati abbiano lunghezze date* **m, n.**

Soluzione. — Il luogo geometrico dei punti dai quali si possono condurre al circolo A tangenti di lunghezza m è un circolo concentrico ad A, di facile costruzione (V. *Luoghi geometrici,* N. 6). (fig. 70). Lo stesso dicasi per le tangenti lunghe n relative al circolo B. Dunque i punti comuni a tali due luoghi geometrici risolvono il problema.

Osservazioni. — Possiamo proporci di determinare a quali condizioni debbano soddisfare i

dati del problema, affinchè si abbiano una, due o nessuna soluzione.

Siano R il raggio del circolo A ed r quello del circolo B. Troviamo i raggi dei circoli luoghi geometrici.

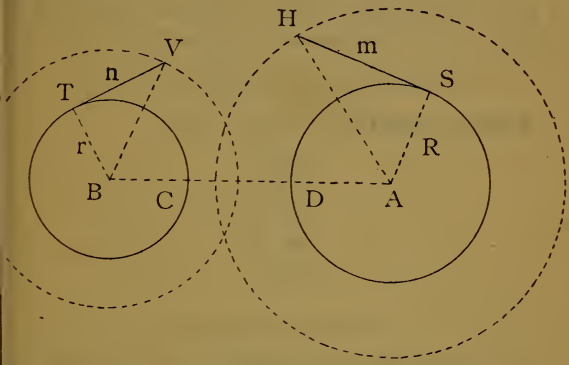

Fig. 70.

Dal triangolo ASH, rettangolo in S, si ricava (pel teorema di Pitagora):

$$\overline{AH}^2 = \overline{AS}^2 + \overline{SH}^2$$

ossia

$$\overline{AH} = \sqrt{R^2 + m^2}$$

In modo analogo si ha:

$$\overline{BV} = \sqrt{r^2 + n^2}.$$

Ora, perchè i circoli AH e BV si seghino è necessario che si verifichi la disuguaglianza:

$$AH + BV > AB$$

ossia

$$\sqrt{R^2+m^2}+\sqrt{r^2+n^2} > R+r+d.$$

essendo

$$d = CD.$$

La formola seguente esprimerà dunque tutti i casi di possibilità del problema, compatibilmente con la posizione e la grandezza dei dati:

$$\sqrt{R^2+m^2}+\sqrt{r^2+n^2} \geqq R+r+d.$$

Esempio numerico. — Siano dati:

$$R = 9$$
$$r = 3$$
$$m = 5$$
$$n = 2$$
$$d = 1$$

Si avrà:

$$\sqrt{41}+\sqrt{13} > 8$$

dunque il problema ammetterà due soluzioni.

Problema 90. — *Determinare un punto dal quale si vedano due circoli dati sotto angoli dati.*

Soluzione. — Il luogo geometrico dei punti dai quali un dato circolo è *veduto* sotto un certo angolo è un circolo concentrico al dato (Vedi *Luoghi geometrici*, N. 7).

Costruiti dunque tali circoli relativamente ai dati proposti si avranno nelle loro intersezioni i punti cercati.

Problema 91. — *In un triangolo dato iscrivere un triangolo isoscele di altezza data, colla base parallela ad uno dei lati.*

Soluzione. — Cominciamo col tracciare la retta m parallela al lato BC del triangolo dato ABC (fig. 71) e distante da esso dell' altezza data h del triangolo isoscele da costruire.

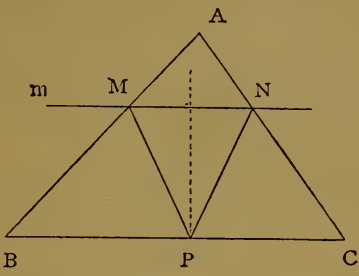

Fig. 71.

Avremo in tal modo due vertici MN del triangolo stesso; la perpendicolare sul mezzo di MN (V. *Luoghi geometrici*, N. 3) determinerá in P il terzo vertice.

Problema 92. — *Dato un triangolo rettangolo costruire un circolo che passi pel vertice dell'angolo retto, sia tangente all' ipotenusa ed abbia il centro sopra uno dei cateti.*

Soluzione. — Osservando che il circolo da costruire riuscirá tangente in A (fig. 72) all'altro cateto AC si vede che il suo centro dovrá trovarsi sulla bisettrice dell'angolo C, la quale è il luogo geometrico dei punti che distano ugualmente delle due rette AC, BC. Tale luogo geometrico *completo* comprende anche la bisettrice

dell'angolo esterno *ACM* per cui il problema avrà *sempre* due soluzioni *O* ed *R*.

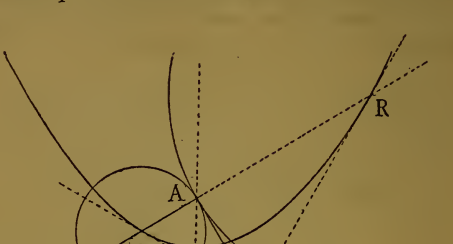

Fig. 72.

Osservazione. — Il problema potrebbe anche essere considerato a questo modo. I centri dei circoli che risolvono il problema saranno punti equidistanti dalla retta *BC* e dal punto *A*.

Il luogo geometrico dei punti che godono di passa tale proprietà intersecherà dunque la retta *AB* dei punti che cerchiamo.

Senonchè tale luogo è una *parabola* di cui *A* è il *foco;* le sue intersezioni con la retta *AB* (che pel foco) sono facilissime a costruire, ma tale costruzione esce dal nostro campo.

Problema 93. — *Costruire un circolo che abbia il centro sopra una retta data* **a** *e la cui circonferenza disti rispettivamente delle lunghezze* **m, n** *da due rette date* **x, y**.

Soluzione. — Tracciate le rette luoghi geometrici dei punti distanti *m* ed *n* dalle rette date *x*

ed y (V. *Luoghi geometrici*, N. 2) (fig. 73) basterà osservare che il circolo cercato dovrà riuscire tangente a tali rette, dunque il suo centro dovrà trovarsi sulla bisettrice del loro angolo e sarà perciò il punto nel quale tale bisettrice sega la retta data a.

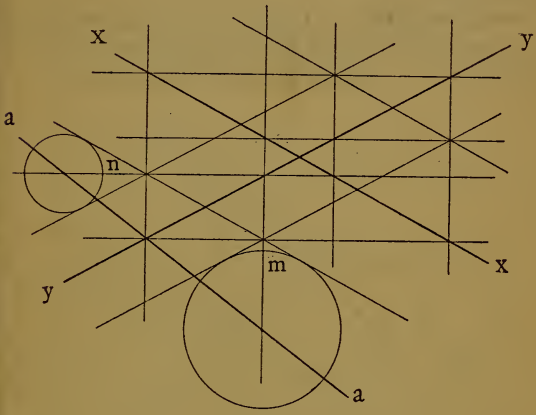

Fig. 73.

Osservazione. — Le rette *luoghi geometrici* essendo quattro si hanno quattro intersezioni di esse tra loro; a tali intersezioni corrispondono perciò *otto* bisettrici (quattro a quattro parallele) le cui intersezioni con la retta a non corrispondono però ad altrettanie soluzioni del problema proposto.

Infatti perchè ciò sia, bisognerà che l'angolo al quale appartiene la bisettrice considerata sia

attraversato dalla retta a e non lo sia da alcuna delle due rette date x ed y.

È facile vedere come dei 16 angoli formati dalle 4 rette luoghi geometrici, due soli m ed n possano soddisfare alle accennate condizioni; per cui le soluzioni del problema sono *due* anzichè *otto*.

Problema 94. — *Costruire un triangolo conoscendo un angolo* **A**, *la bisettrice corrispondente* **s** *ed il raggio* **r** *del circolo iscritto.*

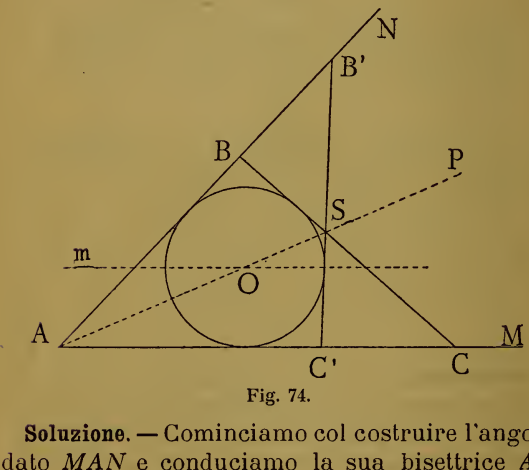

Fig. 74.

Soluzione. — Cominciamo col costruire l'angolo dato *MAN* e conduciamo la sua bisettrice *AP* (fig. 74). Su essa possiamo portare la lunghezza s della bisettrice data, in *AS*. Quanto al centro del circolo iscritto dovrà trovarsi su tale bisettrice poichè essa è il luogo geometrico (V. *Luoghi geometrici,* N. 1) dei punti che distano ugual-

mente dai lati dell' angolo e dovrà anche trovarsi sulla retta m condotta parallelamente ad uno dei lati dell' angolo, alla distanza r, retta che è il luogo geometrico dei punti che distano r dal lato stesso (V. *Luoghi geometrici,* N. 2).

Determinato così il centro del circolo, lo descriveremo; il terzo lato del triangolo sarà la tangente condotta da S ad esso circolo.

Dunque il problema è possibile se la retta m sega la bisettrice AP in un punto O tale che sia $OS > r$.

Esso ammette in tal caso due soluzioni *simmetriche,* poichè da S si possono condurre al circolo $O(r)$ due tangenti.

Il problema è anche possibile quando $OS = r$ ma in tal caso ammette una sola soluzione.

Problema 95. — *Costruire un quadrilatero iscrittibile* **ABCD** *conoscendo* **AB, BC, AC** *e l'angolo* **M** *che le diagonali formano tra loro.*

Soluzione. — Coi dati AB, BC, AC possiamo costruire il triangolo ABC. Sulla corda AB costruiamo poi un segmento di circolo capace dell'angolo M; esso segherà AC in un punto che unito con B ci darà la direzione dell'altra diagonale BD; l'intersezione di tale retta col circolo circoscritto al triangolo ABC determinerà il quarto vertice D del quadrilatero.

Problema 96. — *Trovare in un triangolo un punto tale che, unendolo coi vertici di esso, il triangolo risulti scomposto in tre triangoli equivalenti.*

Soluzione. — Partiamo dalla considerazione

che una mediana divide il triangolo in due parti equivalenti (perchè hanno eguale base ed eguale altezza).

Se prendiamo un punto qualunque *O* sulla mediana e lo uniamo ai due vertici *B*, *C* del triangolo (fig. 75), i due triangoli *MOB*, *MOC*

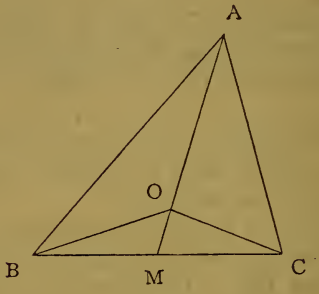

Fig. 75.

saranno equivalenti, epperò avremo anche *AOB* equivalente ad *AOC;* dunque, se prendiamo *O* all'intersezione delle mediane avremo i tre triangoli *AOB*, *AOC*, *BOC* equivalenti tra loro, come si voleva.

Problema 97. — *Costruire un triangolo conoscendone un lato* **a** *e le altezze* **m**, **n** *relative agli altri due.*

Soluzione. — Sia il problema risolto. Osservo che i triangoli *BMC*, *BNC* (fig. 76) sono rettangoli in *M* ed *N;* i loro vertici *M*, *N* appartengono dunque ad un noto luogo geometrico che è la circonferenza descritta su *BC* come diametro. Descritta perciò tale circonferenza, non

avremo che a trovarne le intersezioni con i circoli $C(m)$ e $B(n)$ che sono i luoghi geometrici dei punti che distano rispettivamente m ed n da C e da B.

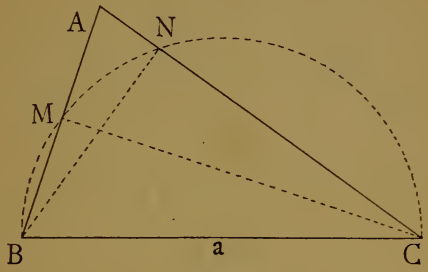

Fig. 76.

Avuti in tal modo i punti M, N si uniscono con B e con C e si ha il triangolo cercato ABC.

Problema 98. — *Costruire il triangolo rettangolo del quale sono dati due punti* **A**, **B** *dell'ipotenusa, un punto di ciascun cateto* **M**, **N** *e l'altezza* **h** *corrispondente all'ipotenusa.*

Soluzione. — Uniamo A con B (fig. 77); il problema sarà risolto quando si determini il vertice C dell'angolo retto. Tale vertice si troverà sulla parallela ad AB distante da essa della lunghezza data h (V. *Luoghi geometrici*, N. 2); esso dovrà pure trovarsi sulla semicirconferenza descritta su MN come diametro (V. *Luoghi geometrici*, N. 10). Avremo dunque due, una o nessuna soluzione a seconda dei dati.

Nel caso della nostra figura si hanno due soluzioni *PCQ*, *DOE*.

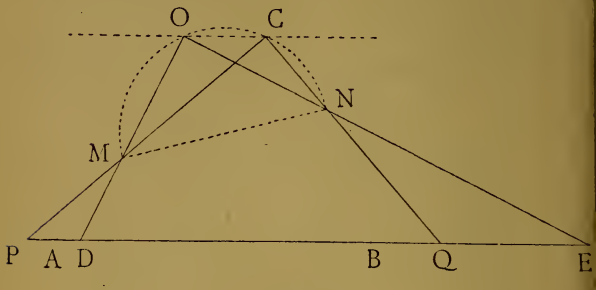

Fig. 77.

Problema 99. — *Circoscrivere ad un triangolo equilatero un quadrato, in modo che le due figure abbiano un vertice comune.*

Soluzione. — Consideriamo il problema risolto (fig. 78). Dall'esame della figura risulta che i due triangoli rettangoli *BCF*, *ACF* dovranno essere eguali essendo:

$$AC = BC$$
$$CF = CE.$$

Perciò la diagonale *CD* dovrà essere bisettrice dell'angolo *ACB*. Quanto ai vertici *D*, *E*, *F* del quadrato dovranno appartenere alle semicirconferenze descritte rispettivamente sui tre lati del triangolo come diametri (V. *Luoghi geometrici*, N. 10).

Si ottiene dunque subito il vertice *D;* le rette *DA, DB*, determinano poi *F* ed *E*.

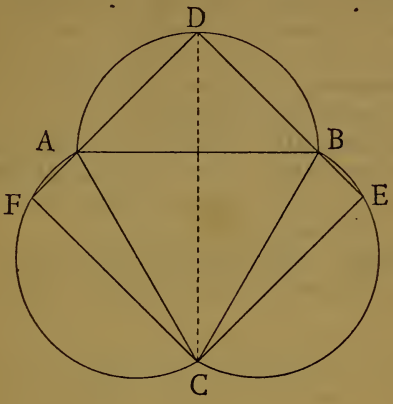

Fig. 78.

Problema 100. — *È dato un punto* **A** *sopra una circonferenza* **O**, *ed una corda* **BC**. *Condurre per* **A** *un'altra corda che sia segata dalla prima nel suo punto medio* **D**.

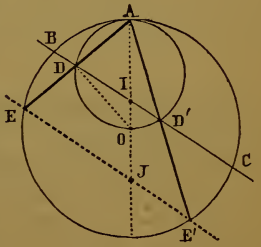

Fig. 79.

Soluzione. — Si tratta di trovare la posizione del punto *D* (fig. 79). Il suo luogo sarà quello dei punti medii delle corde uscenti da un punto fisso (*A*); tale luogo è un circolo (V. *Luoghi geometrici*, N. 12) che, nel nostro caso, ha per diametro *OA*.

Nel caso della nostra figura si hanno due soluzioni *PCQ*, *DOE*.

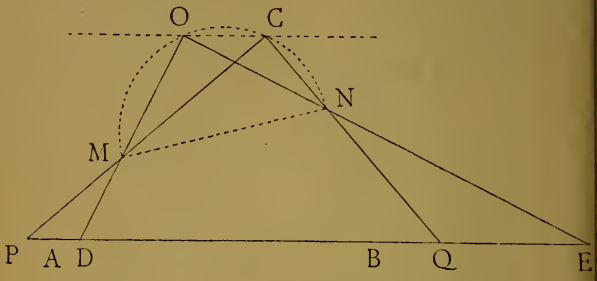

Fig. 77.

Problema 99. — *Circoscrivere ad un triangolo equilatero un quadrato, in modo che le due figure abbiano un vertice comune.*

Soluzione. — Consideriamo il problema risolto (fig. 78). Dall'esame della figura risulta che i due triangoli rettangoli *BCF*, *ACF* dovranno essere eguali essendo:

$$AC = BC$$
$$CF = CE.$$

Perciò la diagonale *CD* dovrà essere bisettrice dell'angolo *ACB*. Quanto ai vertici *D*, *E*, *F* del quadrato dovranno appartenere alle semicirconferenze descritte rispettivamente sui tre lati del triangolo come diametri (V. *Luoghi geometrici*, N. 10).

Si ottiene dunque subito il vertice *D;* le rette *DA, DB,* determinano poi *F* ed *E.*

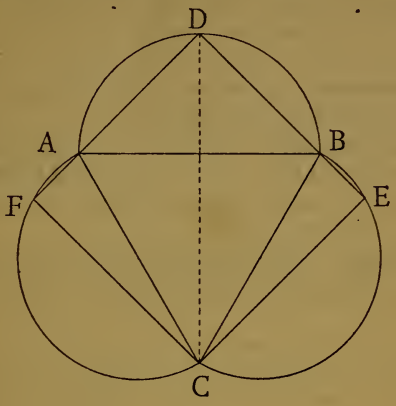

Fig. 78.

Problema 100. — *È dato un punto* **A** *sopra una circonferenza* **O**, *ed una corda* **BC**. *Condurre per* **A** *un'altra corda che sia segata dalla prima nel suo punto medio* **D**.

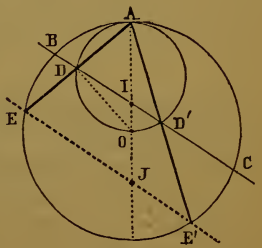

Fig. 79.

Soluzione. — Si tratta di trovare la posizione del punto *D* (fig. 79). Il suo luogo sarà quello dei punti medii delle corde uscenti da un punto fisso (*A*); tale luogo è un circolo (V. *Luoghi geometrici*, N. 12) che, nel nostro caso, ha per diametro *OA*.

del triangolo rettangolo *MPN* (fig. 81) del quale *MN* è l'ipotenusa è la circonferenza descritta su *MN* come diametro (V. *Luoghi geometrici*, N. 10).

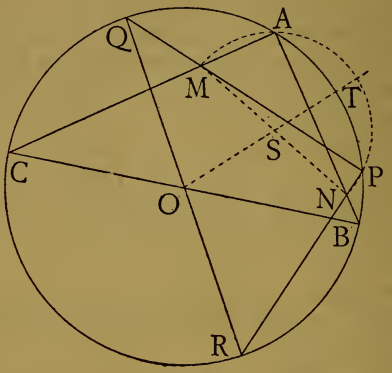

Fig. 81.

Tale circonferenza darà le soluzioni del problema nei punti in cui sega la circonferenza data *O*.

Nel caso della figura le soluzioni sono due *PQR*, *ABC*.

Osservazione. — Unendo *O* col punto medio *S* di *MN* si ha un raggio *OT*. Le soluzioni del problema dipendono dalle lunghezze relative di *SM* ed *ST*.

Si ha, per:

$SM > ST$ due soluzioni
$SM = ST$ una soluzione
$SM < ST$ nessuna soluzione.

Problema 104. — *Costruire un quadrilatero* **ABCD** *conoscendo* **AB**, **BC**, **AC**, **BD** *e l'angolo* **D**.

Soluzione. — Il triangolo *ABC* può essere costruito immediatamente. Si descrive poi su *AC* il segmento di circolo capace dell'angolo *D* e si taglia tale arco col circolo *B*(*BD*). I punti di intersezione daranno il quarto vertice *D* del quadrilatero.

Si potranno dunque avere una, due o nessuna soluzione.

Problema 105. — *Costruire un triangolo conoscendone un angolo* **A** *e la bisettrice* **b** *e l'altezza* **h** *corrispondente.*

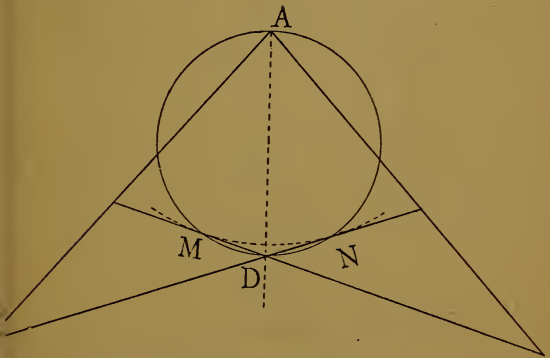

Fig. 82.

Soluzione 1.ª — Costruiamo l'angolo dato *A* (fig. 82) e conduciamo la sua bisettrice, sulla quale porteremo la lunghezza data *b*, in *AD*.

Costruiamo sopra AD come diametro un circolo e seghiamolo con un altro $A(h)$; i punti M, N di intersezione uniti con D danno le soluzioni del problema, che sono *simmetriche.*

Se nei dati fosse

$$h = b$$

il circolo $A(h)$ riuscirebbe *tangente* al circolo AD in D e il terzo lato del triangolo (isoscele in questo caso) sarebbe la perpendicolare alla AD condotta per D.

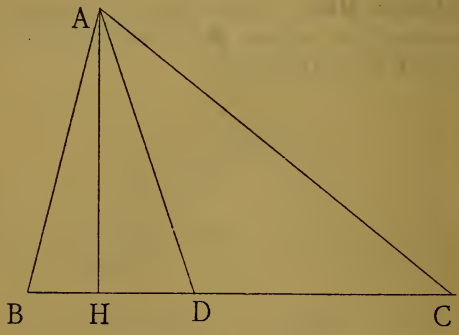

Fig. 83.

Quando poi fosse dato:

$$h > b$$

il problema sarebbe *impossibile;* infatti l'altezza di un triangolo è sempre minore (come perpendicolare sul lato) della bisettrice (obliqua), ammenochè il triangolo non sia isoscele, nel qual caso le due rette sono *coincidenti.*

Soluzione 2.ª — Si può anche risolvere il problema in questo modo. Si costruisce il triangolo rettangolo che ha per cateto h e per ipotenusa b. Si fanno poi gli angoli DAB, DAC (fig. 83), eguali alla metà dell'angolo dato A

Problema 106. — *Costruire un triangolo conoscendo il raggio* **r** *del circolo circoscritto, e la mediana e l'altezza relative ad uno stesso vertice.*

Soluzione. — Cominciamo col costruire il triangolo rettangolo AMH (fig. 84) nel quale la

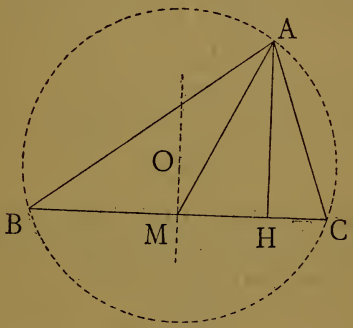

Fig. 84.

ediana è ipotenusa e l'altezza un cateto. Il entro O del circolo circoscritto si troverà poi illa perpendicolare alzata da M alla MH (Vedi *uoghi geometrici*, N. 3) e sul circolo $A(r)$; acciando il circolo $O(r)$ avremo gli altri due rtici B, C del triangolo cercato.

Problema 107. — *Condurre una retta parallelamente ad una data e tale che i segmenti su essa determinati dai lati di due dati angoli stiano fra loro in un dato rapporto* **m**.

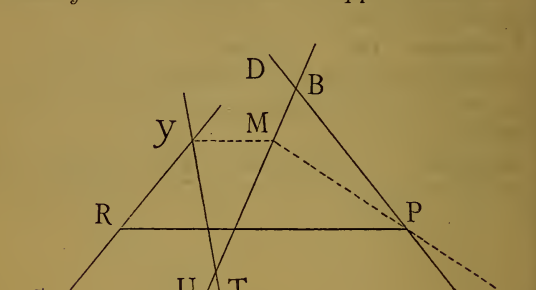

Fig. 85.

Soluzione. — Siano *XYZ*, *ABC* i due angoli dati e *d* la direzione data. Conduciamo (fig. 85) una parallela qualunque alla *d*:

$$\frac{ST}{UV} = m.$$

Il luogo geometrico del punto *V* intersecherà il lato *BC* nel punto che risolve il problema.

Si tratta dunque di costruire tale luogo.

Osserviamo che un suo punto singolare sarà *M*, che si ottiene conducendo la parallela alla *d* dal punto *Y*. Unendo *M* con *V* e considerando i due triangoli *SYT*, *UMV* riesce evidente che il

luogo geometrico in quistione è appunto la retta *MV*. La retta *PR* risolve dunque il problema proposto.

Osservazione. — In generale il punto *P* cadrà sulla *BC* sia tra *B* e *C*, sia tra *B* e *D*. Quando esso coincidesse con *B*, cioè quando *M* cadesse in *B*, od ancora *quando la congiungente i vertici dei due angoli dati fosse parallela alla direzione data* **d**, il problema non ammetterebbe soluzione alcuna; ammenochè il rapporto dato *m* fosse tale che *MV coincidesse* con *BC*, nel qual caso ne ammetterebbe *un numero infinito*, corrispondendo ad una soluzione *qualsiasi parallela alla* **d**.

Se poi il luogo *MV* risultasse *parallelo* alla *BC* (il che si può anche esprimere dicendo che il punto *P* cade *all'infinito* della *BC*) il problema non ammetterebbe soluzione di sorta.

Problema 108. — *Con raggio dato* **r** *descrivere una circonferenza che passi per un dato punto* **A** *e tagli una circonferenza data* **B** *sotto un angolo dato.*

Soluzione. — Cerchiamo il luogo geometrico dei centri dei circoli di raggio *r* che tagliano il dato *B* secondo l'angolo dato (fig. 86); a tale luogo apparterrà il centro del circolo che vogliamo costruire. A tal uopo, condotta una tangente qualunque *FT* al circolo *B*, costruiamo l'angolo *TFM* eguale al dato. Osserviamo però come tale angolo possa avere le quattro posizioni *TEM*, *UFN UFO*, *TFP*.

Conduciamo le perpendicolari *x*, *y* ad *MO*, *NP*

e facciamo:

$$FX = FY = FZ = FV = r.$$

Evidentemente il luogo cercato sarà composto dei circoli $B(BX)$ e $B(BV)$.

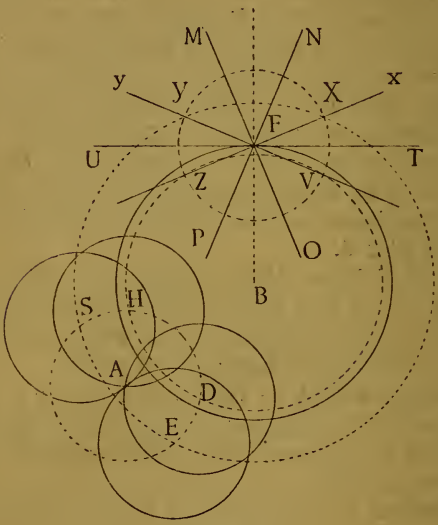

Fig. 86.

Ora il circolo che si vuol descrivere deve avere il suo centro sulla circonferenza $A(r)$, perchè tale è il luogo geometrico dei centri dei circoli di raggio r che passano pel punto dato A.

Dunque il circolo cercato avrà il suo centro nell'intersezione dei due luoghi geometrici.

Discussione. — Il problema ammetterà:

4 soluzioni, se il circolo $A(r)$ *sega* entrambi i circoli $B(BX)$, $B(BV)$.

3 soluzioni se il circolo $A(r)$ *sega* uno di tali circoli e *tocca* l'altro.

2 soluzioni, se ne *sega* uno solo.

1 soluzione, se ne *tocca* uno solo.

nessuna soluzione, se non *sega* nè *tocca* i due circoli medesimi.

Osservazione 1.ª — Si può dimostrare che il caso di due soluzioni dipendenti dal riuscire il circolo $A(r)$ *tangente* così a $B(BX)$ come a $B(BV)$ non può mai verificarsi.

Infatti si avrà sempre:

$$BX - BF > BF - BV.$$

2.ª — Quando l'angolo dato è di 90° i due circoli $B(BX)$, $B(BV)$ si confondono in uno solo, per cui le soluzioni sono in questo caso due, una, o nessuna secondo che tale circolo è segato, toccato o non ha punti comuni col circolo $A(r)$.

3.ª — È facile rilevare come l'angolo BFX non sia altro che l'angolo dato UFN, per cui si possono ridurre le costruzioni alle seguenti:

1.° Condurre la retta BFL.

2.° Costrurre gli angoli BFX, LFV eguali al dato.

3.° Fare $FX = FV = r$.

4.° Tracciare i circoli $B(BX)$ e $B(BV)$.

5.° Tracciare il circolo $A(r)$.

Problema 109. — *Costruire un triangolo conoscendone un lato* **a**, *la somma* **s** *degli altri due e l'altezza* **h** *relativa ad uno di questi* **b**.

Soluzione. — Dall'estremo B del segmento BC dato descriviamo il circolo $B(h)$. La tangente condotta da C a questo circolo sarà la direzione del lato b; su questa direzione portiamo la lunghezza data s in CD. La perpendicolare alzata sul mezzo di BD taglierà la CD nel vertice cercato A.

Problema 110. — *Costruire un triangolo conoscendone le altezze* **x, y** *relative ai vertici* **A, B**, *e l'angolo* **B**.

Soluzione. — Cominciamo col costruire l'angolo MBN (fig. 87); il luogo geometrico del ver-

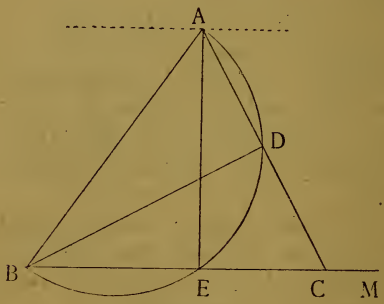

Fig. 87.

tice A del triangolo cercato sarà una parallela condotta al lato BM alla distanza x da esso; tale retta sega il lato BN dell'angolo B nel punto A che è un vertice del triangolo da costruire.

Il semicircolo descritto su AB come diametro (V. *Luoghi geometrici*, N. 10) sarà segato dal

circolo $B(\gamma)$ nel punto D il quale unito con A ci darà il terzo vertice C.

Problema 111. — *Costruire un triangolo conoscendone due angoli e l'altezza* **h** *relativa al terzo.*

Soluzione 1.ª — Conduciamo due rette parallele (fig. 88) e distanti fra loro della altezza data h.

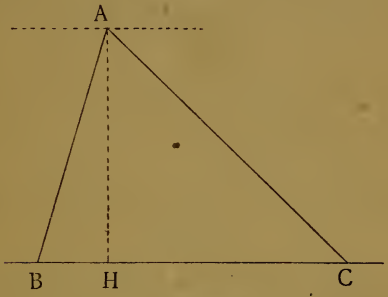

Fig. 88.

In un punto qualunque A di una di esse costruiamo in sensi opposti gli angoli dati B e C; i lati di questi angoli segheranno l'altra parallela chiudendo il triangolo cercato.

2.ª — Si può anche osservare che l'altezza data divide il triangolo cercato in due triangoli rettangoli determinati poichè di entrambi si conosce un cateto AH e l'angolo opposto, dato.

3.ª — (V. N. 135).

Problema 112. — *Costruire un triangolo conoscendone un lato, l'angolo opposto e il raggio* **r** *del circolo iscritto.*

Soluzione 1.ª — Costruiamo su BC come corda il segmento di circolo capace dell'angolo dato A. Consideriamo il luogo m dei centri dei circoli iscritti nei triangoli che hanno per base BC e il vertice A sull'arco suddetto.

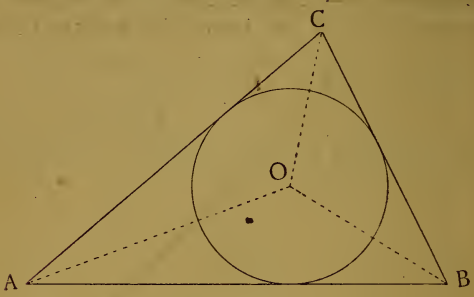

Fig. 89.

La posizione del centro O che cerchiamo sarà determinata dall'intersezione di tale luogo con la retta condotta parallelamente a BC alla distanza r da essa.

Quanto al luogo m esso fu già studiato al N. 67.

2.ª — Osserviamo che:

$$\widehat{BOC} = A + \frac{B+C}{2}.$$

Ma

$$\frac{B+C}{2} = \frac{180^\circ - A}{2}$$

dunque

$$\widehat{BCO} = 90^\circ + \frac{A}{2}$$

per cui il problema si riduce a quest'altro:

Costruire un triangolo conoscendone un lato, la relativa altezza **r** *e l'angolo opposto.* (Vedi N. 85).

Problema 113. — *Costruire un triangolo date l'altezza* **h**, *la bisettrice* **s** *e la mediana* **m** *relative ad uno stesso angolo.*

Soluzione. — Sia *ABC* il triangolo cercato (fig. 90), *AO* la mediana, *AS* la bisettrice Da *O*

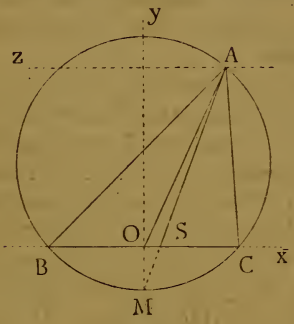

Fig. 90.

alziamo la perpendicolare *Oy* su *BC* fino ad incontrare in *M* la bisettrice *AS* e descriviamo il circolo circoscritto al triangolo *ABC*.

M si troverà sulla circonferenza di codesto circolo.

Ecco dunque la costruzione da eseguire per risolvere il problema.

In un punto *O* d'una retta x si alza la perpendicolare y. Si conduce z parallela ad x e distante h da essa. Si descrive il circolo $O(m)$

e si ha il vertice A del triangolo. Si descrive l'arco $A(s)$ e si prolunga AS fino ad M. Il circolo che passa per A ed M ed ha il centro sulla y è il circolo circoscritto al triangolo cercato del quale perciò determina gli altri due vertici B e C sulla x.

Problema 114. — *Dato un quadrilatero* **ABCD** *iscrivere in esso un parallelogramma coi lati paralleli alle sue diagonali ed il cui punto di concorso* **O** *delle diagonali disti di una lunghezza* **l** *da uno dei lati del quadrilatero, per esempio,* **AB**.

Soluzione. — Cominciamo con lo stabilire la posizione del punto O. Il luogo dei punti come O è la congiungente (x) i punti medii delle diagonali del quadrilatero (V. N. 65) in quanto sono intersezioni delle diagonali del parallelogrammo iscritto nel quadrilatero nelle condizioni del problema; è invece una parallela (y) ad AB, alla distanza l, in quanto sono semplicemente distanti l dal lato AB. Il centro O sarà dunque all'intersezione di x con y.

Stabilito questo punto O, il parallelogramma cercato sarà individuato determinando la *direzione* d'una sua diagonale, ossia due vertici opposti. Il problema si riduce dunque a questo:

Date due rette **AD**, **BC** *ed un punto* **O**, *condurre per esso una trasversale per modo che le dette rette determinino su essa due segmenti* **OE**, **OG** *eguali fra loro.*

Per risolvere questo problema osservo che del triangolo EGS (S punto di concorso delle

rette date *AD, BC* (conosco l'angolo *GSE* e la mediana corrispondente *OS* in *grandezza* e *posizione,* tale posizione essendo determinata dall'angolo che essa fa con *ES.*

La soluzione si ottiene nei modi indicati al N. 145. Si ottengono così i vertici *E, G* del parallelogramma e perciò il problema primitivo è risolto.

Problema 115. — *In un triangolo dato* **ABC** *iscrivere un rettangolo il cui centro di figura si trovi sulla circonferenza del circolo iscritto.*

Soluzione. — Il problema avrà in generale due soluzioni che si ottengono determinando la posizione del centro di figura sulla circonferenza del circolo iscritto; tale centro si troverà alla intersezione (due) di detto circolo col luogo dei punti di concorso delle diagonali dei rettangoli iscritti nel triangolo, che è la retta congiungente il mezzo della base del triangolo col mezzo della sua altezza (V. N. 66).

Problema 116. — *Dato un triangolo* **ABC** *rettangolo in* **A**, *condurre per un punto della sua ipotenusa delle parallele ai cateti per modo che il rettangolo ottenuto soddisfi a determinate condizioni:*

A) — *Il perimetro del rettangolo abbia una lunghezza data* **2p**.

Soluzione. — Il punto *M* dovrà appartenere al luogo dei punti tali che la somma delle loro distanze da due rette ortogonali sia costante ed uguale a *p*. Tale luogo è il perimetro d'un quadrato (V. *Luoghi geometrici*, N. 14 *a*), ma di questo un lato soltanto è utile nel nostro caso.

Discussione. — Siccome la soluzione dipende dall'intersezione di tale *retta* con l'ipotenusa del triangolo dato, non può essere che una.

Perchè si abbia soluzione bisogna che sia:

$$p > AC$$

ed anche

$$p > AB$$

B) — *La differenza dei due lati del rettangolo sia uguale a* **d**.

Il problema si risolve nello stesso modo, valendosi del luogo dei punti tali che la *differenza* delle loro distanze da due rette ortogonali sia costante ed eguale a d (V. *Luoghi geometrici*, N. 14 *a*).

Discussione. — Il problema ammette due soluzioni, in generale, cioè quando d è *minore* del *più piccolo* dei cateti.

Quando $d < AC$ ma $> AB$ si ha una sola soluzione; nessuna quando $d > AC$ (essendo $AC > AB$).

Quando $d = 0$ il rettangolo diventa un quadrato; il luogo si riduce (nella sua parte *utile* nel caso speciale considerato) alla bisettrice dell'angolo retto e quindi si ha una sola soluzione.

C) — *Il rapporto dei lati del rettangolo deve essere* $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$, ossia *il rettangolo deve essere simile ad uno dato.*

Soluzione. — Il punto M che risolve il problema si troverà all'intersezione dell'ipotenusa

col luogo dei punti tali che le loro distanze da AB, AC siano fra loro nel rapporto $\frac{m}{n}$.

Tale luogo, in generale, è costituito da 4 rette uscenti da A (V. N. 63); ma due sole di esse sono utili nel nostro caso, cioè quelle contenute nell'angolo $\widehat{BAC}$, e danno luogo a due soluzioni; esse differiscono tra loro soltanto nella *posizione*.

Problema 117. — *In un circolo iscrivere un rettangolo il cui perimetro sia* **m**.

Soluzione. — Il problema si riduce evidentemente a quello che precede (caso A), quando si considerino due diametri perpendicolari e si faccia:

$$p = \frac{m}{4}.$$

Osservazione. — Nello stesso modo si risolvono i problemi analoghi ai casi B e C del problema precedente.

Problema 118. — *Costruire un rettangolo conoscendone la somma* $\mathbf{k^2}$ *dei quadrati dei suoi lati adiacenti ed il perimetro* $\mathbf{2p}$.

Soluzione. — Condotte due rette ortogonali (fig. 91), AX, AY si tracciano due luoghi geometrici, le cui intersezioni risolvono il problema.

Uno di essi (Vedi *Luoghi geometrici*, N. 14), è la retta DE ($AE = p$); l'altro è il circolo A (k).

Discussione. — Il numero delle soluzioni dipende dalla relazione che passa tra k e p. La

distanza m da A alla DE è eguale alla metà di DE, ma:

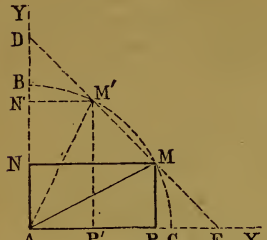

Fig. 91.

$$DE = p\sqrt{2}$$

dunque

$$m = \frac{p}{\sqrt{2}}.$$

Avremo dunque questi casi:

Due soluzioni quando $k > \frac{p}{\sqrt{2}}$

Una soluzione » $k = \frac{p}{\sqrt{2}}$

Nessuna » » $k < \frac{p}{\sqrt{2}}$

Osservazione. — Questo problema si può anche enunciare così:

Costruire un rettangolo equivalente ad un quadrato di lato **k**, *e di perimetro dato* **2 p**.

Problema 119. — *Tra due circonferenze date* **A**, **B** *collocare un segmento di lunghezza data* **m**, *parallelamente ad una retta data* **X Y**.

Soluzione. — Conduciamo parallelamente ad XY una retta qualunque; da uno dei punti nei quali essa sega una delle circonferenze date A, portiamo su di essa, *verso* B, la lunghezza data m da N in M.

Il luogo dei punti M sarà una circonferenza *eguale* alla data A ed il cui centro si ottiene conducendo AC parallela ad XY ed eguale ad m.

Questo luogo segherà la circonferenza B in due punti ai quali corrispondono due soluzioni del problema.

Se ne avrà una se il luogo *tocca* la circonferenza B, nessuna se non lo tocca.

Siccome per costruire il luogo, il segmento m si può portare in un senso o nell'altro, il luogo risulta composto di due circonferenze uguali ad A.

Le soluzioni possono dunque essere 4, 3, 2, 1 o nessuna (fig. 92).

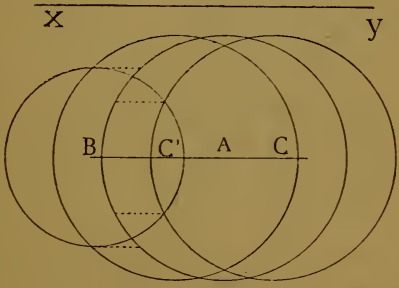

Fig. 92.

È evidente che se il circolo B è *esterno* ad A uno dei due circoli del luogo non dà soluzioni, mentre si possono avere tutti i cinque casi quando B è *interno* ad A.

Problema 120. — *Date due rette* **OX**, **OY** *ed un punto* **P** *fuori di esse, condurre — paral-*

lelamente ad una direzione data — una segante tale che i segmenti che uniscono **P** *coi punti nei quali essa sega i lati dell'angolo stiano fra loro in un dato rapporto* $\frac{m}{n}$.

Soluzione. — Sia *DB'* (fig. 93) la direzione data. Il luogo dei punti del piano le cui congiungenti con

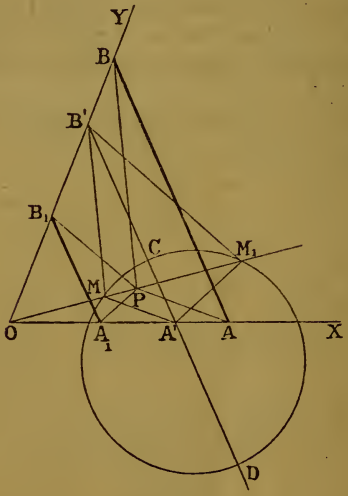

Fig. 93.

A', B' siano fra loro nel rapporto $\frac{m}{n}$ è costituito da una circonferenza di facile costruzione (Vedasi N. 64). Questa circonferenza sega la retta *OP* in due punti MM_1.

Possiamo formare un triangolo PBA simile ad $A'MB'$ e la retta AB risolverà il problema essendo parallela a DB' ed avendosi:

$$\frac{PB}{PA} = \frac{MB'}{MA'} = \frac{m}{n}$$

Il triangolo PA_1B_1 simile al triangolo $M_1A'B'$ fornisce la seconda soluzione.

Il problema non ammette soluzione quando la retta OP non sega il circolo CD.

Quando è ad esso tangente si ha una sola soluzione.

Quando M si confonde con O una delle soluzioni va *all'infinito*.

Problema 121. — *Sono date due parallele* **m**, **n**, *un punto* **A** *su* **m** *ed un punto* **O** *qualunque; condurre per* **O** *una retta che seghi* **m** *in* **X** *ed* **n** *in* **Y**, *in modo che si abbia* $\mathbf{AX} = \mathbf{AY}$.

Soluzione. — Consideriamo il problema risolto (fig. 94) e sia B il punto medio di XY. Essendo per ipotesi $AX = AY$ sarà AB perpendicolare ad OY, per cui il triangolo ABO sarà rettangolo in B.

Il problema sarà risolto quando sia trovato il punto B che basterà unire con O.

Ma tale punto deve trovarsi sul luogo geometrico dei punti equidistanti dalle due parallele m, n, che è la parallela ad esse x; esso dovrà pure trovarsi sulla semicirconferenza descritta su AO come diametro (V. *Luoghi geometrici*, N. 10). Dunque basterà costruire tali due luoghi per avere i due punti B, C che uniti

con O danno le due soluzioni OY, OQ del problema.

Discussione. — Naturalmente il problema può avere anche una o nessuna soluzione. Si sa che in un triangolo rettangolo il punto medio dell'ipotenusa è equidistante dai tre vertici (è il centro del circolo circoscritto). Dunque nel no-

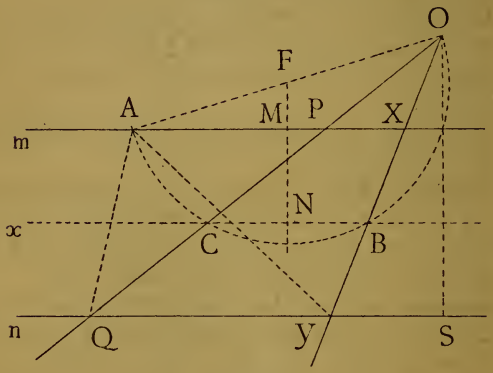

Fig. 94.

stro problema si avranno due, una o nessuna soluzione secondo che il circolo $F(FA)$ segherà, toccherà o non segherà la retta x.

Ciò può anche essere espresso altrimenti.

Si avrà *una* soluzione quando FA ossia $\frac{AO}{2}$ sarà *eguale* alla perpendicolare FN; ma siccome:

$$FN = \frac{1}{2} OS$$

potremo dire che si avranno:

Due soluzioni	quando	$AO > OS$
Una soluzione	»	$AO = OS$
Nessuna »	»	$AO < OS$

Queste considerazioni valgono tanto per il caso in cui il punto O sia *compreso* tra le parallele date come per l'altro in cui esso sia *esterno* ad esse.

Osservazione. — Come esercizio possiamo proporci di riconoscere in quali *zone* o *regioni* del piano debba essere assegnato il punto O *in dipendenza* dagli altri dati del problema, perchè questo ammetta una, due o nessuna soluzione.

A tal uopo cominciamo coll'osservare che mentre i casi in cui si hanno due o nessuna soluzione sono *generali,* quelli in cui non se ne ha che una sono *particolari.* Attenendoci dunque a questi vediamo di trovare il *luogo geometrico* che corrisponde a tali posizioni del punto O nel piano.

Tale luogo è individuato dalla condizione:

$$AO = OS$$

Esso è dunque il luogo dei punti che distano ugualmente dal punto A e della retta n.

Tale luogo è una *parabola* che ha il *foco* in A.

La perpendicolare AV (fig. 95) ne è l'asse; H (punto medio di AV) ne è il vertice.

È evidente che i punti *interni* alla parabola soddisfano alla condizione

$$AO < OS$$

epperò non darebbero luogo a soluzione alcuna del problema che ci occupa; mentre i punti

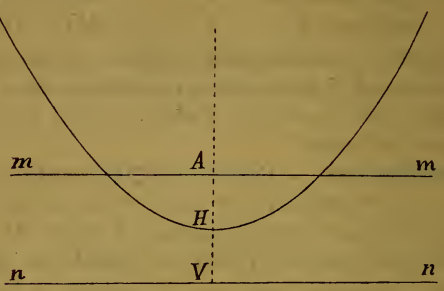

Fig. 95.

interni alla parabola soddisfano alla condizione:

$$AO > OS$$

alla quale corrispondono due soluzioni del problema.

Problema 122. — *Circoscrivere un triangolo ad un circolo, in modo che i suoi vertici siano sopra tre rette uscenti dal centro del circolo.*

Soluzione 1.ª — Sia ABC (fig. 96) il triangolo cercato. A motivo della perpendicolarità delle rette PR ed OB, PQ ed OC l'angolo A' sarà determinato, e quindi anche la *grandezza* della corda QR. Ma il luogo dei punti medii delle corde che sottendono in un circolo un dato arco, è un circolo concentrico al dato, facile a determinare (V. *Luoghi geometrici*, N. 8).

Ecco dunque la costruzione da eseguire.

Per un punto qualunque S della circonferenza data si conducono le corde ST, SV perpendicolari ad OB, OC. Si descrive il circolo di centro O *tangente* alla corda TV e quindi la corda QR tangente a tale circolo in H. Avuti Q ed R il problema è risolto.

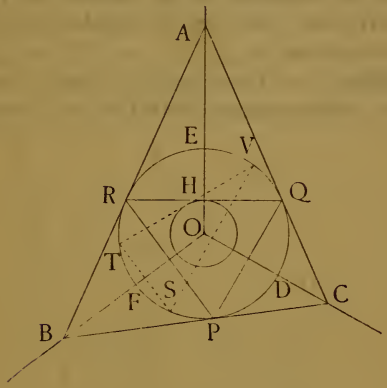

Fig. 96.

2.ª — A questo problema sono applicabili considerazioni analoghe a quelle fatte pel problema N. 2 e si può ridurlo alla soluzione di quello osservando che i punti nei quali le rette date OA, OB, OC segano la circonferenza data sono appunto i punti medii D, E, F degli archi sottesi dai lati del triangolo PQR alla cui costruzione si riduce quella del triangolo cercato ABC.

3.ª — Prolunghiamo BO in S. L'angolo P è supplemento di BOC dunque ha per misura SD.

Segue da ciò che portando da E in Q ed R archi uguali ad SD si risolverà il problema. E questa è la soluzione più semplice.

Problema 123. — *Dato un triangolo* **ABC** *e due rette qualunque* **a**, **b**, *determinare sul lato* **AB** *un punto* **M** *tale che le rette condotte da esso parallelamente ad* **a** *e* **b** *fino all'incontro cogli altri due lati del triangolo abbiano una somma data* **m**.

Soluzione. — Prescindendo, per uno degli estremi della spezzata PMQ (fig. 97) che si vuol

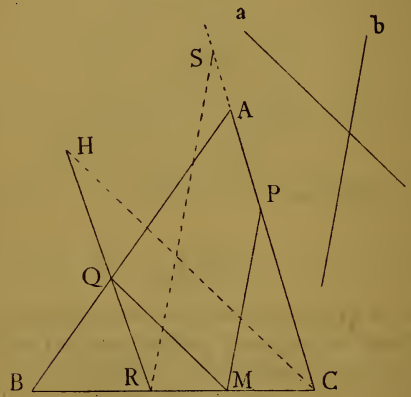

Fig. 97.

costruire, dalla condizione che esso debba giacere su un lato del triangolo, studiamone il luogo geometrico. Consideriamo il punto M come coincidente con C; la retta MP sarà *nulla*, mentre la MQ diverrà $CH = m$; immaginando

che M si muova su CB da C verso B esso arriverà ad una posizione R tale che il segmento MP sarà diventato eguale ad m, e poniamo che sia RS.

Il luogo geometrico del punto Q sarà la retta HR la quale ci dà il punto Q su AB che risolve il problema; non si avrà che a condurre QM parallela ad a ed MP parallela a b.

Problema 124. — *In un dato triangolo iscrivere un rettangolo di perimetro dato* **2 p**.

Soluzione. — Consideriamo il perimetro P (fig. 98)

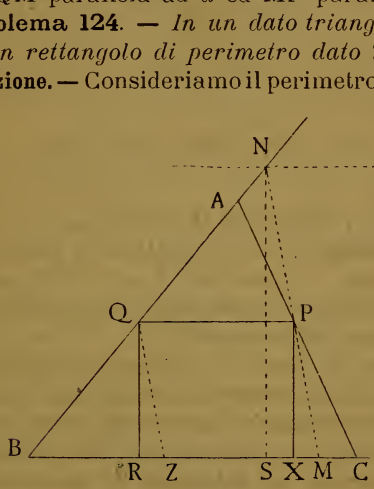

Fig. 98.

del rettangolo da costruire e tracciamo il luogo geometrico del quarto vertice variabile del rettangolo quando si prescinda dalla condizione che esso debba giacere sul terzo lato AC del triangolo. Per trovare tale luogo geometrico stabiliamone i punti singolari.

Uno di essi sarà in M, ($BM = p$) quando l'*altezza* del rettangolo sarà *nulla*. Un altro punto sarà in N ($NS = p$) quando la *base* sarà *nulla*. È facile vedere come tale luogo geometrico sia la retta MN; infatti conducendo OZ parallela ad MN, si ha:

$$\frac{BZ}{QR} = \frac{BM}{NS} = 1$$

ossia

$$BZ = QR.$$

Dunque:

$$PQ + QR = MZ + BZ = BM.$$

costante.

Il punto P risolverà il problema.

Osservazioni 1.ª — Il problema si potrà risolvere quando P cada tra A e C. Ciò accadrà quando l'*altezza* del triangolo sia *minore* di p, e p minore della *base* BC.

Siccome il lato RX del rettangolo cercato possiamo farlo corrispondere ad uno qualsiasi dei lati del triangolo dato, ne risultano, per uno stesso valore di p che soddisfi alle sopra indicate condizioni, tre soluzioni del problema.

2.ª — Perchè il rettangolo iscritto sia in particolare *un quadrato* occorre che il punto P sia il punto medio di MN.

Problema 125. — *Costruire un triangolo iscritto in un circolo* **O**, *dato un angolo di esso* **A** *e la condizione che i lati* **AC**, **BC** *siano tangenti a due circoli dati* **E**, **D**.

Soluzione. — Cominciamo col costruire in un punto qualunque della circonferenza *O* (fig. 99) l'angolo dato *A;* resterà in tal modo determinata la corda *BC.* Costruiamo il circolo di centro *O* tan-

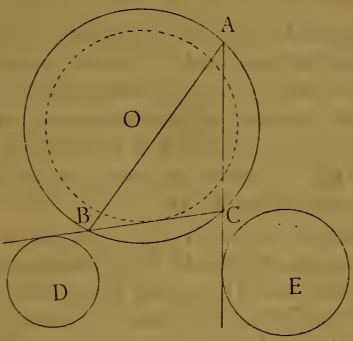

Fig. 99.

gente a tale corda. Il triangolo che cerchiamo dovrà avere il lato *BC* tangente a tale circolo. Ma tale lato dovendo pure essere tangente al circolo dato *D* ne risulta che per avere la posizione di *BC* basterà condurre una tangente comune ai circoli *D* ed *O* punteggiato, e poi da *C* la tangente ad *E.*

In questa soluzione abbiamo un esempio di luogo geometrico *inviluppo* che è il circolo tangente alla corda *BC* (V. *Luoghi geometrici,* N. 8). Esso può anche considerarsi come luogo dei punti medii delle corde che, come la *BC,* sottendono un arco capace dell'angolo dato.

Osservazioni 1.ª — Siccome, in generale, si

possono condurre quattro tangenti comuni a due circoli (D ed O), e da un punto (C) se ne possono condurre due ad un circolo (E), ne segue che il problema ammette in generale otto soluzioni.

2.ª — Quando uno od entrambi i circoli D, E si riducono ad un punto, il problema si risolve nello stesso modo, ma si enuncia così:

Costruire un triangolo iscritto in un circolo **O**, *dato un angolo di esso* **A** *e la condizione che i lati* **AC**, **BC** *debbano passare rispettivamente per due punti dati* **E**, **D**.

Le soluzioni si ridurrebbero in questo caso a quattro poichè dal punto D si possono condurre due sole tangenti al circolo O (punteggiato).

3.ª — È facile vedere che il problema non ammetterebbe alcuna soluzione quando fosse impossibile condurre le tangenti di cui sopra cioè quando il circolo D od il circolo E si trovassero *all'interno* del circolo O punteggiato.

4.ª — Nella soluzione indicata abbiamo trovato il luogo geometrico inviluppo delle posizioni del lato BC del triangolo cercato, prescindendo cioè dalla condizione che i lati BC, AC dovessero essere tangenti ai circoli E, D.

Avremmo potuto invece prescindere dalla condizione che il vertice A debba trovarsi sulla circonferenza O. In tal caso avremmo dovuto cercare il luogo geometrico del vertice A in questo modo.

Condurre una tangente qualunque al circolo D e per C una tangente ad E (fig. 100); trac-

ciare poi BA in modo da avere in A l'angolo dato; col variare della tangente condotta a D si sarebbero ottenute le successive posizioni di A e le intersezioni del luogo col circolo O avrebbero risolto il problema.

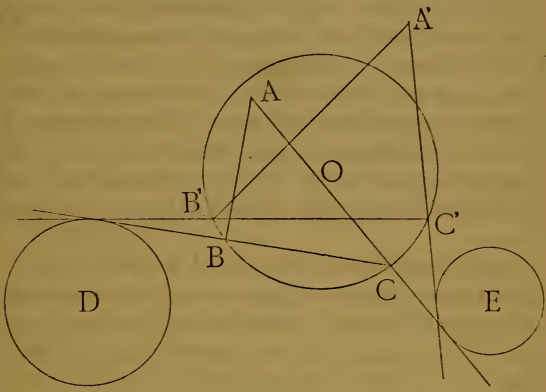

Fig. 100.

Questo metodo oltre all'essere più lungo del precedente non condurrebbe ad una soluzione altrettanto facile poichè le curve luoghi geometrici dei punti A (che sarebbero *quattro*) non sono circoli.

Abbiamo accennato a questa soluzione solo per far osservare come la *scelta* dei *luoghi geometrici* abbia grande importanza sulla semplicità della costruzione.

Applicazione ad alcuni dei problemi precedenti.

Problema 4 *bis.* — *Circoscrivere un quadrato, di cui è noto il lato, ad un altro quadrato dato.*

Soluzione. — Se descrivo sopra AB e AD ad es. le circonferenze luoghi geometrici dei vertici degli angoli retti nei triangoli rettangoli di cui AB e AD sono le ipotenuse (v. *Luoghi geometrici*, num. 10), osservo che il problema proposto si riduce a condurre sul punto d'intersezione A di tali circonferenze una trasversale tale che la somma delle corde da essa determinate nei due circoli sia eguale al lato MN del quadrato esterno.

Questo problema è risolto al N. 35.

Problema 8 *bis.* — *Data una retta e due punti, situati dalla stessa parte di essa, costruire il circolo che passa per tali punti e tocca la retta data.*

Soluzione. — Si può risolvere il problema determinando il *centro* del circolo cercato. Tale centro deve trovarsi sulla retta m luogo geometrico dei punti equidistanti da A e B (perpendicolare sul mezzo di AB); deve pure trovarsi sulla linea (parabola) luogo geometrico dei punti che distano egualmente dalla retta data e da uno dei punti dati, ad es. A.

Si tratta dunque di trovare le intersezioni d'una retta con una parabola.

Si potrebbe anche prescindere dalla retta m e considerare il centro cercato come interse-

zione di due *parabole,* una luogo dei punti equidistanti dalla retta data e dal punto *A*, l'altra luogo dei punti equidistanti dalla retta data e dal punto *B*.

Problema 9 *bis.* — *Descrivere una circonferenza che passi per due punti dati e tocchi una circonferenza data.*

Soluzione. — Il problema si potrebbe risolvere, come si è detto per quello precedente, determinando i *centri* dei circoli cercati, come intersezioni della retta *GM* coll'*iperbola* luogo dei punti equidistanti da *A* e dal circolo dato *O*, oppure come intersezioni delle *due iporbole* luoghi dei punti equidistanti da *A* e dal circolo *O,* o dal punto *B* e dal çircolo *O*.

Problema 32 *bis.* — *Dato un circolo* **O**, *una retta* **m** *ed un punto* **A** *su questa, trovare in essa un altro punto* **B** *ugualmente distante da* **A** *e dal circolo dato.*

Soluzione. — Evidentemente la soluzione sarà data dall'intersezione della retta *m* (v. fig. 29) col luogo geometrico dei punti che soddisfano alla condizione di essere ugualmente distanti dal punto *A* e dalla circonferenza *O*. Tale luogo è una *iperbola* coi fochi in *A* ed in *O*. Le soluzioni sono *due* e si possono trovare con riga e compasso. Ma qui, come in altri problemi che studieremo, possiamo ottenere la soluzione senza ricorrere al detto luogo geometrico, il che ci porterebbe fuori del nostro campo.

Problema 33 *bis.* — *Dato un punto* **A** *sopra uno dei lati d'un angolo, trovare su questo*

stesso lato un altro punto tale che disti ugualmente da **A** *e dall'altro lato dell' angolo dato.*

Soluzione. — Il punto M cercato apparterrà ad un luogo geometrico G e quindi sarà individuato dalla intersezione del lato BA con tale luogo geometrico. Senonchè questo è una *parabola* il cui *foco* è in A (fig. 72); le sue intersezioni (due) con la retta BA si possono determinare con riga e compasso, ma questo esce dal nostro campo.

Procedendo per altra via possiamo egualmente trovare la soluzione del problema.

DEI METODI INDIRETTI

Abbiamo veduto come il metodo *diretto*, che consiste nel determinare immediatamente certi punti importanti della figura richiesta, non sia sempre di facile applicazione o, per lo meno, conduca talvolta allo scopo per via troppo tortuosa.

In tali casi si ricorre ad altri metodi *indiretti* od alla combinazione di questi con quello dei luoghi geometrici.

Molti sono questi metodi speciali, ma noi ci limiteremo ai più semplici, rimandando il lettore, desideroso di conoscere gli altri, a quelle opere che più particolarmente e diffusamente ne trattano (1).

Quelli che esporremo bastano per risolvere i problemi e gli esercizi che vengono proposti nei *Corsi di Geometria elementare.*

Del metodo di similitudine.

Questo metodo è applicabile ogniqualvolta omettendo una delle condizioni imposte nel pro

(1) Desboves, *Questions de Géometrie.*
Petersen, *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques.*

blema si ottenga un sistema di figure simili o similmente disposte.

Nei problemi studiati finora ci siamo occupati delle porzioni della figura da costruire che erano completamente determinate mediante i dati; ci occuperemo ora invece delle parti della figura la cui *forma* soltanto è nota per mezzo dei dati.

Possiamo separare i problemi che si risolvono con questo metodo in due gruppi.

Primo gruppo. — *I dati comprendono una* **lunghezza** *soltanto: il rimanente è costituito da* **angoli** *e da* **rapporti.**

In tal caso si fa astrazione dalla lunghezza data e si cerca di costruire una figura con gli angoli ed i rapporti dati; per tale figura ausiliaria si sceglie ad arbitrio la lunghezza di una delle linee della figura. Questa figura risulterà *simile* a quella che si vuole ottenere.

Per passare dalla figura ausiliaria a quella definitiva non si avrà che ad introdurvi la *lunghezza data* in luogo dell'omologa che non soddisferebbe al problema.

Veniamo ora ad alcuni esempii.

Problema 126. — *Costruire un triangolo conoscendone una* **linea** *qualunque e due angoli. La* **linea** *potrà essere una mediana, una bisettrice, un'altezza, il perimetro, il raggio del circolo iscritto o circoscritto*, ecc.

Soluzione. — Secondo quanto si è detto, prescinderemo dalla condizione della *linea* di grandezza assegnata. Costruiamo perciò un triangolo qualunque il quale soddisfi soltanto alla condizione di avere due angoli eguali ai dati.

Vi introdurremo poi la linea indicata assegnando ad essa la *lunghezza data.*

Problema 126 (a). — *Data la mediana relativa all'angolo* **A** *e i due angoli* **B**, **C**.

Soluzione. — Sia AMN il triangolo ausiliario nel quale $\widehat{AMN} = B$, $\widehat{ANM} = C$ (fig. 101).

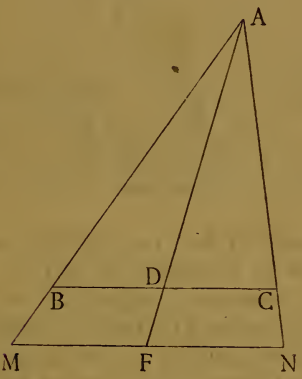

Fig. 101.

Conduciamo la mediana AF; portiamo su essa la mediana data AD e da D conduciamo la parallela ad MN.

Il triangolo ABC sarà quello cercato.

Evidentemente si applicherebbe una costruzione analoga qualora fosse data una delle altre due mediane.

Lo stesso dicasi pel caso in cui fosse data una bisettrice ed un'altezza qualunque.

Problema 126 (b). — *Dato il perimetro e due angoli* **B**, **C**.

Soluzione. — Tutti i triangoli che hanno gli angoli dati sono simili fra loro; costruiamone uno *MNP* (fig. 102) e ribattiamo *NM*, *PM* sul

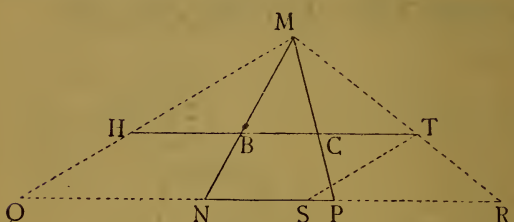

Fig. 102.

prolungamento di *NP*, in *O* ed *R*; avremo che *OR* è eguale al perimetro di *MNP*.

Ora se si immagina eseguita la stessa costruzione relativamente al triangolo cercato si vede che si sarebbe condotti ad un triangolo simile ad *OMR*, nel quale *OR* avrebbe la lunghezza *p* data.

Non resta dunque che portare

$$OS = p$$

e condurre le parallele *SA* ad *MR*, *AB* ad *MN* ed *AC* ad *MP*.

Osservazione. — Se invece di condurre da *S* la parallela ad *MP* (fig. 103) si conduce la parallela ad *MO* in *T* e quindi la parallela *TH* ad *NP*, risulterà evidentemente il triangolo *MBC* che soddisfa al problema.

Vedasi pure al N. 58 un'altra soluzione dello stesso problema.

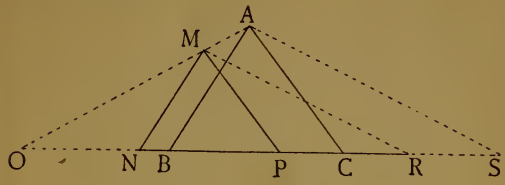

Fig. 103.

Problema 126 (c). — *Dato il raggio del circolo iscritto e due angoli* **B, C**.

Soluzione. — Tracciamo (fig. 104) il circolo iscritto nel triangolo ausiliario *AMN;* con lo

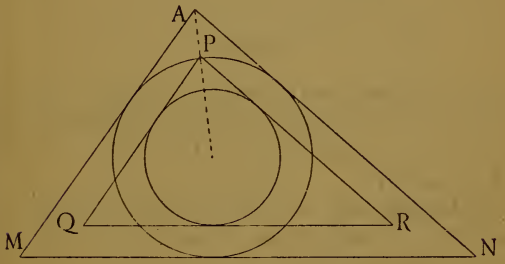

Fig. 104.

stesso centro descriviamo un circolo col raggio *dato* e conduciamo le tangenti ad esso parallelamente ai lati del triangolo *AMN;* avremo in tal modo il triangolo *PQR cercato.*

Problema 126 (d). *Dato il raggio del circolo circoscritto e due angoli* **B, C**.

Soluzione. — Si circoscrive il circolo al triangolo ausiliario *AMN* (fig. 105). Con lo stesso

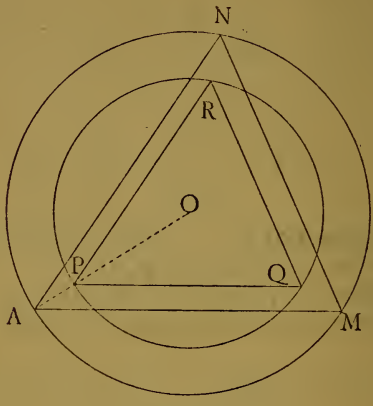

Fig. 105.

centro si descrive il circolo di raggio *dato*. Per il punto *P* nel quale esso sega il raggio *OA* si conducono le parallele ad *AM*, *AN;* si unisce poi *Q* con *R*.

Problema 127. — *Costruire un triangolo conoscendo un angolo* **A**, *il lato* **b** *ed il rapporto degli altri due* **a : c.**

Soluzione. — Costruiamo un triangolo nel quale siano soddisfatte le condizioni stabilite, eccetto quella della lunghezza del lato *b* (fig. 106).

Basterà per ciò fare l' angolo $MAN = A$; prendere *AN* comunque e dividerlo in due segmenti tali da avere:

$$NP : AP = a : c$$

e portare quindi *PN* da *P* in *R*.

Il triangolo cercato si otterrà portando su AM il lato $AC = b$ e conducendo da C la parallela a PR.

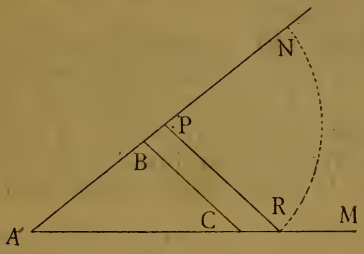

Fig. 106.

Problema 128. — *Costruire un quadrato conoscendo la differenza fra la diagonale ed il lato.*

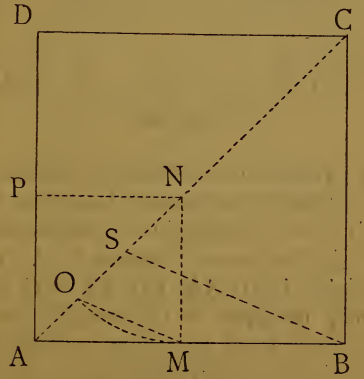

Fig. 107.

Soluzione. — Possiamo fare un quadrato qualunque $AMNP$ (fig. 107); portare NM in NO. Risulterà $AO = AN - NM$.

Portando allora d da A in S e conducendo SB parallela ad OM si avrà B; AB sarà il lato del quadrato cercato, per la similitudine delle figure AOM, ASB.

Problema 129. — *Dato un quadrilatero iscriverne uno simile in una semicirconferenza in modo che due vertici si trovino sul diametro.*

Soluzione. — Non avremo che a *circoscrivere* una semicirconferenza al quadrilatero dato $ABCD$ (fig. 108); la figura così ottenuta sarà in tutto

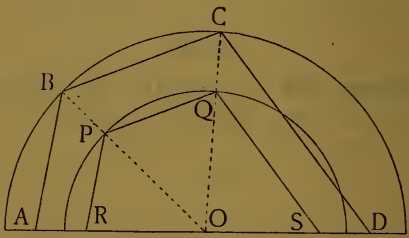

Fig. 108.

simile a quella da costruire; dunque descrivendo la semicirconferenza data, con lo stesso centro di quella ausiliaria, e conducendo i raggi OB, OC si otterranno i vertici P, Q, e mediante le parallele ai lati AB, CD, gli altri due R, S.

Secondo gruppo. — Ci occuperemo ora dei problemi nei quali *la figura cercata* ha una posizione determinata, *rispetto agli altri dati.*

In questi casi bisogna fare astrazione da tale condizione; in tal guisa non si ha più che un sistema di figure *simili e similmente disposte.*

Sicchè i luoghi geometrici di tutti i punti della figura sono rette che passano pel centro di similitudine, per cui è facile passare alla figura definitiva.

Quanto alla condizione che abbiamo detto di trascurare provvisoriamente, essa consiste per lo più in questo:

1.° Una linea deve passare per un punto dato.

2.° » » » avere una lunghezza data.

3.° Un punto deve trovarsi sopra una linea data.

Problema 130. — *Iscrivere in un triangolo dato* **PQR** *un altro triangolo* **pqr** *in modo che i*

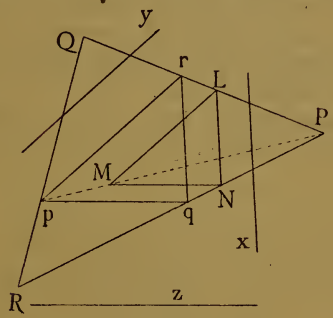

Fig. 109.

suoi lati siano rispettivamente paralleli a tre rette date **xyz**.

Soluzione. — Prescindiamo dalla condizione che il vertice *p* debba trovarsi sul lato *QR*. (fig. 109). I triangoli che soddisfano alle altre condizioni del problema sono tutti simili tra loro

ed a quello cercato. Il luogo geometrico del terzo vertice non è altro che la retta *PM;* il punto *p* nel quale essa sega il lato *QR* è dunque il vertice del triangolo cercato, che sarà quindi facile costruire.

Problema 131. — *Iscrivere un quadrato in un triangolo dato.*

Soluzione. — Si comincia col costruire un quadrato nel triangolo, prescindendo dalla condizione che il quarto vertice debba trovarsi sul terzo lato del triangolo. La costruzione è poi analoga a quella del problema precedente.

Osservazione. — Si potrebbe anche risolvere il problema costruendo un quadrato qualunque, circoscrivendo ad esso un triangolo simile al dato e passando poi da questa figura a quella definitiva simile ad essa.

Problema 132. — *Iscrivere un quadrato in un settore di circolo.*

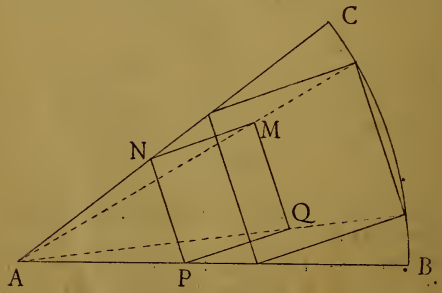

Fig. 110.

Soluzione. — Sia *ABC* il settore dato (fig. 110

e 111). Il quadrato potrà essere iscritto in esso in due modi (che dovranno essere indicati nel problema), cioè:

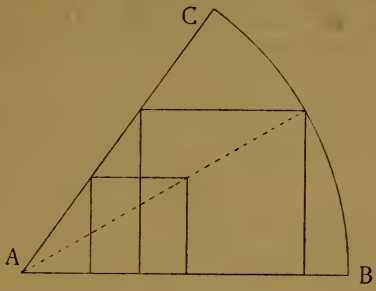

Fig. 111.

1.° Con un vertice su AB, uno su AC, e gli altri dull'arco BC;

2.° Due vertici (ossia un lato) su AB, uno su AC e il quarto sull'arco BC.

Nel primo caso si costruisce il quadrato ausiliario $MNPQ$ e si ottengono poi i vertici di quello cercato conducendo le rette AQ, AM, ecc.

Nel secondo caso non cambia che la posizione del quadrato, ma si ottiene la soluzione nello stesso modo.

Problema 133. — *Iscrivere un quadrato in un segmento di circolo dato.*

Soluzione. — (V. Problemi precedenti).

Problema 134. — *Costruire un circolo tangente a due rette date e che passi per un punto dato.*

Soluzione. — Prescindiamo dall'ultima condizione e costruiamo un circolo *qualunque*, tangente alle due rette date; il suo centro sarà sulla bisettrice *dell'angolo di esse che contiene il punto dato* (fig. 112), cioè *CMD;* su tale bisettrice dovrà pure trovarsi il centro del circolo

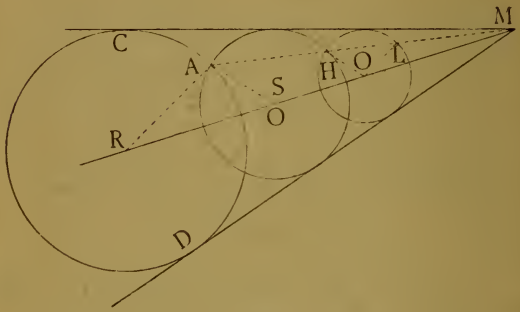

Fig. 112.

che cerchiamo; conducendo la retta *MA* avremo nel circolo ausiliario in *H, L* punti omologhi di *A* considerato nei circoli che risolvono il problema. Conducendo dunque da *A* le rette *AR*, *AS* rispettivamente parallele ad *OL*, *OH* avremo in *R*, *S* i centri dei due circoli che risolvono il problema.

Osservazione. — Questo problema potrebbe anche risolversi determinando il luogo geometrico dei punti che distano egualmente dal punto dato *A* e da un lato dell'angolo. Tale luogo è una *parabola* che ha il foco nel punto *A;* le sue intersezioni con la bisettrice *MO* risolvono

il problema; esse si possono determinare mediante riga e compasso.

Problema 135. — *Costruire un triangolo conoscendone due angoli e l'altezza* **h** *relativa al terzo.*

Soluzioni 1.ª — Si può costruire un triangolo qualunque che abbia gli angoli proposti; esso sarà *simile* a quello cercato; questo si otterrà introducendo la condizione dell'*altezza* data.

2.ª e **3.ª** — (V. N. 111).

Problema 136. — *Condurre per un punto dato* **A** *una retta in modo che i due segmenti su essa determinati da tre rette* **xyz**, *uscenti uno stesso punto* **O**, *siano tra loro in un rapporto dato* **m**.

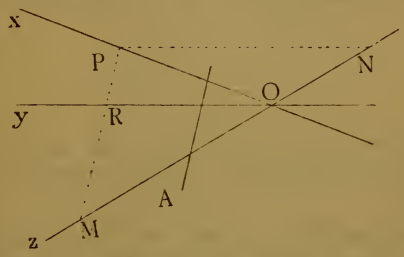

Fig. 113.

Soluzione. — Prescindiamo dalla condizione che la retta debba passare pel punto dato *A*. (fig. 113). Basterà allora portare su una delle rette date due segmenti *OM*, *ON* tali che sia

$$\frac{OM}{ON} = m.$$

Conducendo poi la parallela NP alla y ad es., e unendo P con M, avremo:

$$\frac{RM}{RP} = \frac{OM}{ON} = m.$$

La parallela condotta dal punto dato A alla PM risolverà il problema.

Perchè il problema sia perfettamente determinato occorre che sia indicato tra quali delle rette date debbano essere compresi i due segmenti che si vogliono considerare.

Senza tale restrizione il problema ammette *sei* soluzioni; infatti da N possiamo condurre la parallela ad y o ad x, il che corrisponde a due soluzioni; e d'altra parte i punti M, N potevamo prenderli su x od y anzichè su z.

A meglio chiarire il modo di applicare il metodo di *similitudine* daremo ancora alcuni esempii.

Problema 137. — *Dato un triangolo isoscele* **ABC**, *trovare sulla sua base* **BC** *due punti* **D**, **E** *e sui lati* **AB**, **AC** *due punti* **F**, **G**, *tali che il pentagono* **AFDEG** *abbia i lati eguali.*

Soluzione. — Supponiamo il problema risolto (fig. 114), procuriamo di fare una figura, mediante elementi noti, che sia simile a quella cercata.

A tal uopo prendiamo A come centro di si-

militudine; conduciamo AD, AE e da B la parallela ad FD, da C la parallela a GF.

Risulterà:

$$D'E' = BD' = AB.$$

La costruzione del pentagono $ABD'E'C$ è fa-

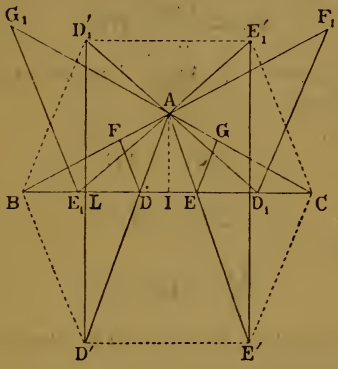

Fig. 114.

cilissima; da questo si passa poi a quello $AFDEG$ che risolve il problema.

Basterà condurre due parallele $D'D_1'$, ed $E'E_1'$, perpendicolari alla base BC e distanti dal suo punto medio *I della metà* del lato AB; tagliando tali rette coi circoli $B(BA)$ e $C(CA)$ si avranno i punti $D'E'$ e $D_1'E_1'$.

Questi ultimi danno una seconda soluzione del problema costituita dal pentagono concavo $AF_1D_1E_1G_1$.

Discussione. — La soluzione dipende dalle

intersezioni del circolo $B\,(BA)$ con la retta $D'D_1'$, le quali a loro volta dipendono dal rapporto che passa tra AB e BL.

Quando si ha:

$$BC = 2\,BI > AB$$

la distanza

$$BI - \frac{AB}{2} = BL$$

è sempre minore di AB e il problema ammette due soluzioni.

Quando:

$$2\,BI < AB$$

oppure

$$2\,BI = AB$$

la distanza

$$\frac{AB}{2} - BI = BL.$$

è evidentemente minore di AB; dunque le due soluzioni esistono *sempre*.

Di più essendo in questo caso:

$$AB > BI + \frac{AB}{2}$$

la circonferenza B sega anche la parallela $E'E_1'$, in due punti ai quali corrispondono due nuovi pentagoni concavi a lati incrociati.

Nel caso particolare in cui:

$$AB = 2\,BI$$

i due primi pentagoni hanno i lati DF, FG perpendicolari a BC; gli altri due pentagoni si riducono al triangolo equilatero ABC.

Problema 138. — *È dato un punto* **A** *sopra una circonferenza* **O**, *ed una corda* **BC**. *Condurre per* **A** *un'altra corda che sia segata dalla prima nel suo punto medio* **D**.

Soluzione. — (Vedasi al N. 100 un'altra soluzione di questo problema). Il problema sarà risolto quando si conosca E (fig. 115). Osserviamo

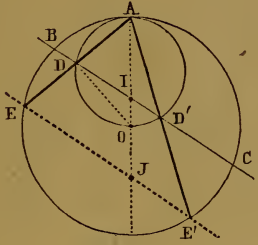

Fig. 115.

che il triangolo AEJ è simile al triangolo ADI; ora il primo si può costruire perchè

$$AJ = 2\,AI$$

ed EJ è parallela a BC; la seconda intersezione di EJ con la circonferenza in E' fornisce la seconda soluzione del problema.

Discussione. — Se la parallela da J a BC non sega il circolo non si ha alcuna soluzione; se ne ha una sola quando tale parallela riesce tangente al circolo, e se ne hanno due quando riesce segante.

Problema 139. — *Dati due raggi di un cir-*

colo condurre una corda che sia divisa da essi in tre parti eguali.

Soluzione. — La corda cercata (fig. 116) dovrà

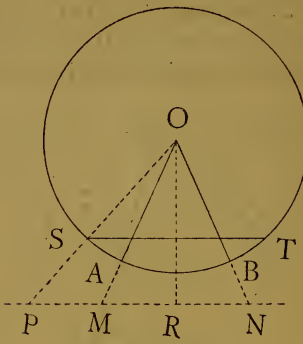

Fig. 116.

essere perpendicolare alla bisettrice dell'angolo dei due raggi dati. Condotta una perpendicolare qualunque a tale bisettrice basterà portare $MP = MN$ e condurre OP. Si avrà il punto S sulla circonferenza; la perpendicolare ST condotta da tal punto alla bisettrice OR risolverà il problema.

Problema 140. — *In un triangolo condurre una retta, parallela ad uno dei lati per modo che essa sia media proporzionale fra i segmenti che determina su uno degli altri due lati.*

Soluzione. — Sia ABC il triangolo dato (fig. 117) ed MD la retta cercata, tale che si abbia:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{MD}{CM}.$$

Se costruiamo sul lato AC come diametro un semicircolo ed alziamo da M la perpendicolare ad AC avremo:

$$\frac{AM}{MF} = \frac{MF}{CM}$$

ossia

$$MF = MD.$$

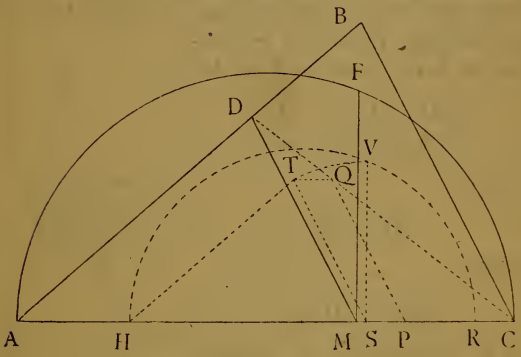

Fig. 117.

Sarà dunque facile costruire una figura *simile* alla $BDAMC$.

Per ciò conduciamo per un punto qualunque S del lato AC una parallela a BC ed una perpendicolare ad AC egualmente lunghe.

Tracciamo per T la parallela ad AB e costruiamo il semicircolo che ha il centro su AC e passa per H e V.

Avremo così i segmenti HS, ST, SR rispettivamente proporzionali a quelli cercati AM, MD, CM.

Non resterà dunque che a portare RS da C in P, condurre PQ parallela ed eguale a ST e proiettare Q da C sul lato AB per avere D punto cercato.

Problema 141. — *Iscrivere un quadrato in un triangolo dato.*

Soluzioni 1.ª — Consideriamo il problema risolto (fig. 118) e conduciamo la retta BP fino all'incontro in E con la perpendicolare alzata da A su AC.

$$\frac{BM}{BA} = \frac{MP}{AE} = \frac{MN}{AC}$$

dunque

$$AE = AC$$

poichè

$$MP = MN.$$

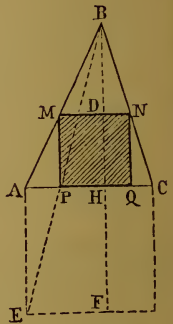

Fig. 118.

La costruzione è dunque semplicissima. Si costruisce il punto E, facendo $AE = AC$. Si conduce BE e si ha P; da P si traccia PM parallela ad AE e da M la MN parallela ad AC, ecc.

2.ª — Questo problema venne già risolto in altri modi al N. 131.

Osservazione. — Il quadrato può avere un lato giacente su uno *qualunque* dei tre lati del triangolo; il problema ammette perciò tre soluzioni. Il quadrato *maggiore* è quello che corrisponde al lato *minore* del triangolo.

Problema 142. — *Costruire un triangolo conoscendone un angolo* **S**, *e l'altezza* **h** *e la mediana* **m** *ad esso relative* (fig. 119).

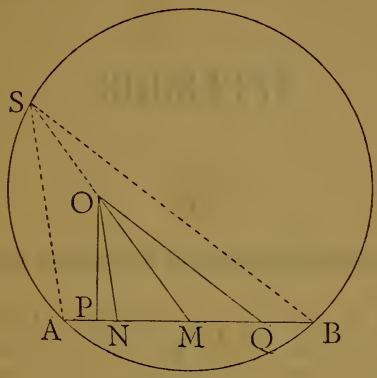

Fig. 119.

Soluzione. — Cominciamo col costruire la parte nota della figura, cioè il triangolo rettangolo *OMN* nel quale:

$$OM = m$$
$$ON = h.$$

Portiamo da *M* in *A* e *B* un segmento *M A qualunque*. Descriviamo su *AB* come corda il segmento di circolo *ASB* capace dell'angolo dato *S*; prolunghiamo *MO* in *S;* il triangolo *ASB* sarà *simile* a quello cercato.

Perciò basterà condurre da *O* le parallele *OP* ad *SA*, ed *OQ* ad *SB* per ottenere il triangolo cercato *POQ*.

APPENDICE

I.

Dei varii modi di risolvere uno stesso problema.

Abbiamo già avuto occasione di trattare la soluzione di uno stesso problema in più modi. Esporremo ora un caso di questo genere per mettere meglio in evidenza quanto sia grande la parte che ha nelle indagini di questo genere quello che si può chiamare, con frase gallica, il *colpo d'occhio geometrico*.

Problema 143. — *In un circolo dato iscrivere un triangolo conoscendo i punti medii degli archi sottesi dai lati.*

Soluzione 1.ª — Prescindendo dalla condizione che anche il terzo vertice del triangolo cercato (fig. 120) debba trovarsi sulla data circonferenza possiamo cercare il luogo di questo terzo vertice; l'intersezione di tal luogo con la circonferenza risolverà il problema.

Scegliamo un punto ad arbitrio M sulla circonferenza e conduciamo le rette MM_1; M_1M_2;

M_2M_3 rispettivamente perpendicolari ad OA', OB', OC' cioè parallele ai lati del triangolo da costruire.

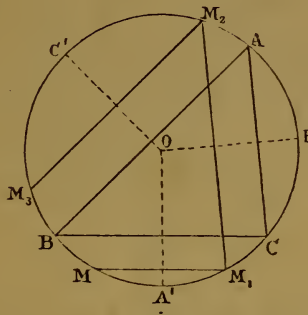

Fig. 120.

L'intersezione di M_1M con M_2M_3 avverrà fuori o dentro della circonferenza in un punto X le cui posizioni, dipendenti dalla scelta di M, costituiscono il luogo che ci darebbe B nel suo incontro con la circonferenza.

Tale luogo però non è una retta nè un circolo, per cui il suo ausilio non ci conduce alla soluzione del problema.

Vi riusciremo peraltro con una semplicissima osservazione.

A motivo delle parallele M_1M, BC; M_1M_2, AC; M_2M_3, AB abbiamo:

$$BM = CM_1 = AM_2 = M_3B$$

dunque B è il punto medio dell'arco MM_3, e ciò risolve il problema.

2.ª — Sia ABC il triangolo cercato (fig. 121), A', B', C' i punti medii degli archi, dati. Con-

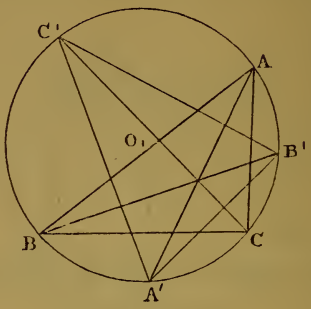

Fig. 121.

ducendo le rette BB', CC', AA' si osserva che le tre rette uscenti da A' sono rispettivamente perpendicolari a BB', CC', $B'C'$. Dimostriamolo per una coppia BB', $A'C'$.

L'angolo che esse formano ha per misura:

$$\frac{1}{2}\left(BA' + B'A + AC'\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{BC}{2} + \frac{CA}{2} + \frac{AB}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{4}\left(BC + CA + AB\right)$$
$$= 90°.$$

Dunque per costruire il triangolo ABC basta tracciare le *altezze* del triangolo $A'B'C'$.

Osservazione. — Graficamente la costruzione si può eseguire in modo semplice descrivendo la semicirconferenza di diametro $A'B'$; unendo

con A' e B' i punti nei quali essa sega i lati $B'C'$, $A'C'$ avremo A e B e quindi C.

3.ª — Il triangolo i cui lati sono tangenti al circolo nei punti dati $A'B'C'$ ha i lati paralleli al cercato ABC. Le bisettrici dei due triangoli sono dunque parallele fra loro due a due.

Non si avrà perciò che a condurre per i punti A', B', C', in cui le bisettrici di ABC segano la circonferenza, parallele alle bisettrici del triangolo circoscritto.

4.ª — (Fig. 122). È facile costruire un trian-

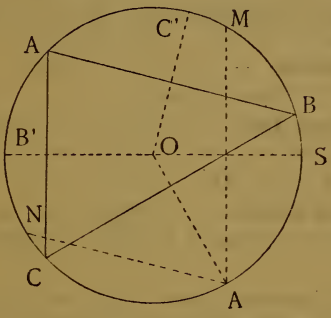

Fig. 122.

golo $A'MN$ eguale al cercato ABC, conducendo da A' le perpendicolari $A'M$ a $B'O$ ed $A'N$ a $C'O$. Come A' è il punto medio dell'arco BC, così si avrà A prendendo il punto medio dell'arco MN.

Come costruzione grafica si ha qui una grande semplicità perchè basta descrivere gli archi

$C'(C'A')$ e $B'(B'A')$ per avere i punti N ed M.

Si può osservare ancora che il triangolo circoscritto al circolo O, i cui punti di contatto siano A, B, C ha i suoi lati paralleli rispettivamente alla retta MN, ed alle rette analoghe che si otterrebbero facendo la costruzione indicata partendo da B' e C'.

5.ª — L'angolo A è il supplemento (fig. precedente) di $B'OC'$; dunque avrà per misura un arco $BA'C$ *doppio* dell'arco SBC'. Si troveranno dunque i vertici B e C portando ai due lati di A' gli archi $A'B$, $A'C$ eguali all'arco SC', ecc.

Questa è evidentemente la costruzione più semplice.

Osservazione. — Il N. 28 fornisce un altro esempio di questo genere.

Problema 144. — *Costruire un triangolo conoscendo un lato* **a**, *l'angolo opposto* **A** *e la somma* **m** *degli altri due lati.*

Soluzione diretta. — Costrutto un segmento di retta $BC = a$ basterà trovare il vertice A opposto.

Se non teniamo conto che dell'angolo dato, l'arco del segmento di circolo capace di tale angolo, descritto su BC come corda è un primo luogo contenente questo punto.

Se invece trascuriamo quest'angolo per non tener conto che della somma data avremo un secondo luogo che è quello dei punti tali che la somma delle distanze di ciascuno a due punti fissi B, C abbia un valore dato m; questo luogo è un'*ellisse* avente per fochi i punti dati e l'asse maggiore uguale ad m.

Per risolvere il problema bisogna dunque trovare le intersezioni d'un circolo con un'ellisse, problema che, nel caso generale, non si può risolvere con riga e compasso.

Nel nostro caso però in cui il circolo passa per i *fochi*, la soluzione con tali mezzi è possibile e ci è fornita sia dalle proprietà dell'ellisse, sia dal metodo indiretto (V. N. 21) che qui ripetiamo.

Soluzione indiretta. — Combinazione del metodo dei *luoghi geometrici* con quello delle *sostituzioni successive.*

Supposto il problema risolto, portiamo AC in AD e conduciamo CD (fig. 123). Il problema sa-

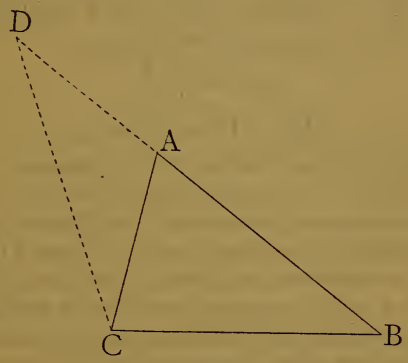

Fig. 123.

rebbe risolto quando si potesse costruire il triangolo ADC. Ora esso è isoscele e l'angolo in D è la metà del dato A.

Se ne conoscono dunque due lati $BD = m$ e BC e l'angolo opposto a BC cioè $\frac{A}{2}$.

Per la costruzione basta applicare il metodo dei luoghi geometrici, descrivendo su BC il segmento capace dell'angolo $\frac{A}{2}$ (1° luogo) e tracciando il circolo $B(m)$.

Osservazione. — Le considerazioni fatte per questo problema si possono estendere ad altri analoghi. Così per es. quando fosse data la *differenza n* dei due lati anzichè la loro *somma m*, la soluzione diretta condurrebbe a trovare i punti d'intersezione di una *parabola* con una circonferenza che passa per uno dei fochi.

Invece la soluzione anzidetta è analoga alla precedente, con questa differenza:

$$D = 90° + \frac{A}{2}$$

$$BC = AB - AC = n.$$

Così pure la soluzione del problema:

Costruire un triangolo dato un lato, un angolo adiacente e la somma o la differenza degli altri due lati, conduce per via *diretta* a trovare le intersezioni di una *ellisse* o di una *iperbola* con una retta passante per uno dei fochi, e per via *indiretta* a costruire un triangolo conoscendo due lati e l'angolo compreso.

Problema 145. — *Costruire un triangolo conoscendone un angolo* **A**, *la corrispondente mediana* **m** *e l'angolo* **k** *che essa forma con uno dei lati che comprendono l'angolo dato* **A**.

Soluzioni 1.ª — Il vertice A del triangolo cercato (fig. 124) dovrà appartenere a due luoghi

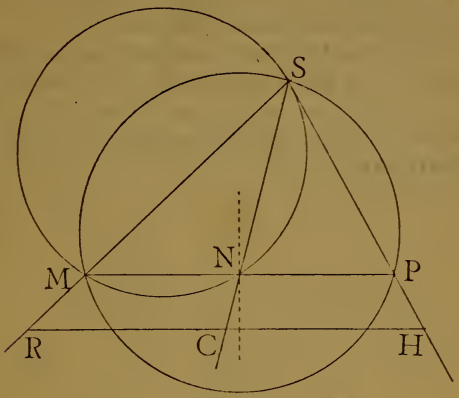

Fig. 124.

geometrici dei quali uno è il segmento di circolo capace dell'angolo A e l'altro quello capace dell'angolo k; dunque si troverà all'intersezione di tali due luoghi.

Ma siccome non si conosce il lato a opposto ad A converrà cominciare col costruire un triangolo *simile* al cercato, assumendo per a un segmento *qualunque* MP.

Descriveremo dunque sopra MP un segmento di circolo capace dell'angolo A; sulla metà MN di MP un altro segmento capace dell'angolo k, ed avremo il triangolo MSP simile al cercato. Non resterà che a portare sulla mediana SN la mediana data m in SC e condurre la RH pa-

rallela ad *MP*. Il triangolo *SRH* sarà quello cercato.

2.ª — Questo problema si può risolvere anche basandosi sul seguente teorema:

La mediana **AD** *d'un triangolo qualunque* **BAC** *sega la corda* **EF** *d'un arco descritto da* **A** *come centro e limitato ai lati del triangolo, in due parti il cui rapporto è* **inverso** *di quello dei lati* **AB**, **AC**.

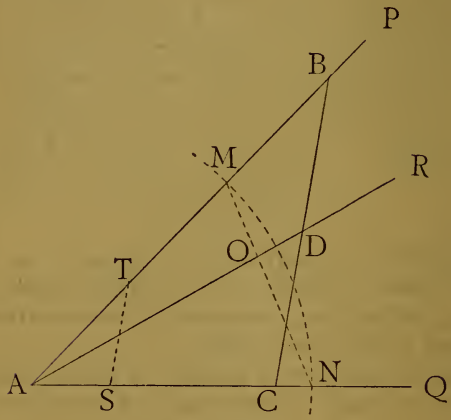

Fig. 125.

La costruzione è dunque semplicissima (fig. 125). Fatti gli angoli:

$$PAQ = A$$
$$PAR = k$$

si descrive un arco qualunque con centro A e raggio ad arbitrio.

Si portano i segmenti *MO* in *AS* ed *ON* in *AT;* infine si porta

$$AD = m$$

e da *D* si conduce *BC* parallela ad *ST*. Il triangolo *ABC* sarà quello cercato.

3.ª — Quest' altra soluzione è basata sul seguente teorema:

Se due corde **AD** *ed* **EF** *si segano nel punto medio* **O** *d'una terza corda* **GL**, *i segmenti* **OC**, **OH** *intercettati su* **GL** *dalle rette* **AE** *e* **FD** *sono eguali.*

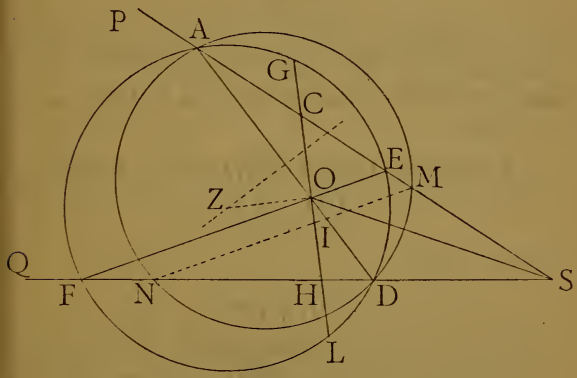

Fig. 126.

Soluzione. — Facciamo (fig. 126), come nella soluzione precedente:

$$PSQ = A$$
$$PSR = k$$

e portiamo

$$SO = m.$$

Conduciamo per O una trasversale qualunque AD; si tratta di condurre per O un'altra trasversale BC' in modo che i quattro punti A, B, C, D, si trovino sopra una circonferenza, o in altri termini di far passare per A e D una circonferenza tale che seghi SP ed SQ in punti la cui congiungente passi per O.

Ora, se descriviamo per A, B una circonferenza qualunque, la corda MN farà con la AD un angolo *costante* poichè ha per misura:

$$\frac{AN + DM}{2}$$

che è costante essendo costanti gli angoli $\widehat{SAD}$, $\widehat{ASD}$ e quindi anche gli archi AN, DM che li misurano.

Concludendo, l'angolo $\widehat{MID}$ è noto ed eguale a

$$\frac{DM}{2} + \frac{AN}{2}$$

ossia è eguale a:

$$2\,\widehat{SPD} + \widehat{PSD}.$$

Sia per mezzo di questa figura, sia valendoci d'un circolo ausiliario PMD, potremo dunque avere la corda cercata EF, epperciò il centro Z del circolo $AEDF$. Non resterà allora che a condurre per O la perpendicolare ad OZ per avere:

$$OC = OH$$

e il triangolo SCH soddisfacente alle condizioni del problema.

II.

Dei diversi modi di considerare uno stesso problema.

Uno stesso *problema* può essere proposto sotto enunciati diversi i quali conducono allo stesso risultato, ma per vie talora diverse e non tutte ugualmente facili.

Da ciò rilevasi il vantaggio che si può ritrarre dal saper porre una quistione sotto un altro punto di vista dal quale più agevolmente o con maggior evidenza si sia condotti alla soluzione.

Esempio 146. — a) *Dato un circolo e due tangenti fisse condurne una terza tale che il segmento di essa intercetto fra le due prime abbia una lunghezza data.*

b) *Dato un circolo ed un angolo di grandezza costante formato da due tangenti al circolo, determinare la posizione di tale angolo in modo che i suoi lati intercettino un segmento di lunghezza data sopra una terza tangente fissa.*

c) *Trovare tre rette distanti della stessa quantità da un punto dato, due delle quali formino tra loro un angolo dato e la terza abbia lunghezza data.*

d) *Dato un segmento* **BC** *ed un circolo* **O** *ad esso tangente, trovare la posizione che questo circolo deve avere perchè le tangenti ad*

esso condotte da **B** *ed a* **C** *facciano tra loro un dato angolo.*

e) *Costruire un triangolo conoscendone un lato, l'angolo opposto e il raggio del circolo iscritto.*

Soluzioni. — La più semplice delle soluzioni è quella che si riferisce all'enunciato (*e*). (Vedi N. 112).

Sarà dunque bene ricondurre il problema a tale enunciato qualora esso fosse proposto sotto una delle altre forme.

FINE.

700

MANUALI HOEPLI

La collezione dei **MANUALI HOEPLI** *fu iniziata col fine di volgarizzare le scienze, di diffondere le lettere, trattare popolarmente le Arti, le Industrie e tutti gli argomenti della Vita pratica.*

Il grande successo e la sana vitalità di questa raccolta, ricca ormai di più che 700 volumi, è dovuto alla fama degli autori i quali sono tutti specialisti nelle materie che trattano, e sopratutto al fatto che qualunque Manuale di cui si fa una nuova edizione è sempre riveduto, corretto, aumentato, talvolta addirittura rifatto per tenerlo sempre all'altezza del progresso scientifico moderno. I Manuali Hoepli dunque, non si ristampano, ma si rinnovano continuamente.

Milano
Agosto 1900

Ulrico Hoepli

Tutti i Manuali Hoepli sono elegantemente legati in tela.

AVVERTENZA

Tutti i MANUALI HOEPLI si spediscono **franco di porto** nel Regno. — Chi desidera ricevere i volumi raccomandati, onde evitare lo smarrimento, è pregato di aggiungere la sopratassa di raccomandazione.

☞ **I libri, non raccomandati, viaggiano a rischio e pericolo del committente.** ☜

700 - MANUALI HOEPLI - 700

Pubblicati sino al Settembre 1900.

L. c.

Abitazioni. — *vedi* Fabbricati civili.

Abitazioni degli animali domestici, del Dott. U. Barpi, di pag. XVI-372, con 168 incisioni . . . . . 4 —

Abbreviature latine ed italiane. — *vedi* Dizionario.

Abiti. — *vedi* Confezioni d'abiti — Biancheria.

Acetilene (L'), del Dott. L. Castellani, di p. XVI-125. 2 — — *vedi anche* Gaz — Incandescenza.

Acido solforico, Acido nitrico, Solfato sodico, Acido muriatico (Fabbricazione dell'), del Dott. V. Vender, di pag. VIII-312, con 107 inc. e molte tabelle. 3 50

Acque (Le) **minerali e termali del Regno d'Italia,** di Luigi Tioli. Topografia — Analisi — Elenchi — Denominazione delle acque — Malattie per le quali si prescrivono — Comuni in cui scaturiscono — Stabilimenti e loro proprietarî — Acque e tanghi in commercio — Negozianti d'acque minerali. di pag. XXII-552. 5 50

Acque pubbliche. — *vedi* Ingegneria legale.

Acustica. — *vedi* Luce e suono.

Adulterazione e falsificazione degli alimenti, del Dott. Prof. L. Gabba, di pagine VIII-211 . . . 2 —

Agricoltore. — *vedi* Prontuario.

Agricoltura. — *vedi* Agrumi — Computisteria agraria — Cooperative rurali — Estimo — Igiene rurale — Legislazione rurale — Macchine agricole — Malattie crittogamiche — Mezzeria — Orticol. — Selvicoltura.

Agronomia, del Prof. Carega di Muricce, 3ª ediz. riveduta ed ampliata dall'autore, di pag. XII-210 . . 1 50

Agronomia e agricoltura moderna, di G. Soldani, di pag. XII-404 con 134 inc. e 2 tav. cromolitograf. 3 50 — *vedi anche* Prontuario dell'agricoltore.

Agrumi (Coltivazione, malattie e commercio degli), di A. Aloi, con 22 incis. e 5 tav. cromolit., p. XII-238. 3 50

L. c

Alcool (Fabbricazione e materie prime), di F. Cantamessa, di pag. XII-307, con 24 incisioni . . . . . 3 —
— *vedi anche* Cognac — Liquorista.

Algebra complementare, del Prof. S. Pincherle:
Parte I. *Analisi algebrica,* di pag. VIII-174 . . . 1 50
Parte II. *Teoria delle equazioni,* p. IV-169 con 4 inc. 1 50

Algebra elementare, del Prof. S. Pincherle, 7ª edizione, di pag. VIII-210 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Determinanti — Esercizi di algebra — Formulario scolastico di matematica.

Alighieri (Dante). — *vedi* Dantologia.

Alimentazione, di G. Strafforello, di pag. VIII-122. 2 —
— *vedi anche* Adulterazione alimenti — Analisi di sostanze alimentari — Conserve alimentari — Frumento e mais — Funghi mangerecci — Latte, burro e cacio — Panificazione razionale — Tartufi e funghi.

Alimentazione del bestiame, dei Proff. Menozzi e Niccoli, di pag. XVI-400 con molte tabelle. . . . 4 —
— *vedi anche* Bestiame,

Allattamento. — *vedi* Nutrizione del bambino.

Alluminio (L'), di C. Formenti, di pag. XXVIII-324 . 3 50
— *vedi anche* Leghe metalliche — Galvanoplastica — Galvanostegia — Metallocromia.

Aloè. — *vedi* Prodotti agricoli.

Alpi (Le), di J. Ball, trad. di I. Cremona, pag. VI-120. 1 50

Alpinismo, di G. Brocherel, di pag. VIII-312 . . . 3 —
— *vedi anche* Dizionario alpino — Infortunii di mont. — Prealpi bergamasche.

Amalgame. — *vedi* Leghe metalliche.

Amarico. — *vedi* Dizionario eritreo — Lingue dell'Africa.

Amatore di armi antiche. — *vedi* Armi antiche.

Amatore (L') **d'Autografi,** del Conte E. Budan, con 361 facsimili, di pag. XIV-426 . . . . . 4 50

Amatore (L') **di Maioliche e Porcellane,** di L. De Mauri, illustrato da splendide **incisioni in nero, da 12 superbe tavole a colori** e da **3000 marche.** — Contiene: Tecnica della fabbricazione — Sguardo generale sulla storia delle Ceramiche dai primi tempi fino ai giorni nostri — Cenni Storici ed Artistici su tutte le Fabbriche — Raccolta di 3000 marche corredate ognuna di notizie relative, e coordinate ai Cenni Storici in modo che le ricerche riescano di *esito immediato* — Dizionario di termini Artistici aventi relazione coll'Arte Ceramica e di oggetti Ceramici speciali, coi prezzi correnti. Bibliografia ceramica, indici varî, di p. XII-650. 12 50

Amatore d'armi antiche. — *vedi* Armi.

L. c.

Amatore (L') **di oggetti d'arte e di curiosità,** di L. De Mauri, di 600 pag. adorno di numerose incisioni e marche. Contiene le materie seguenti: Pittura — Incisione — Scoltura in avorio — Piccola scoltura — Vetri — Mobili — Smalti — Ventagli — Tabacchiere — Orologi — Vasellame di stagno — Armi ed armature — Dizionario complementare di altri infiniti oggetti d'arte e di curiosità, di pag. XII-580. 6 50

Amministrazione. — *vedi* Computisteria — Contabilità — Diritto amministrativo — Ragioneria.

Anagrammi. — *vedi* Enigmatica.

Analisi chimica (Manuale di), del Prof. P. E. Alessandri. (In lavoro).

Analisi di sostanze alimentari. — *vedi* Chimica applicata all'Igiene.

Analisi del vino, ad uso dei chimici e dei legali, del Dott. M. Barth, con prefazione del Dott. I. Nessler, traduzione del Prof. E. Comboni, 2ª edizione, di pag. 142, con 7 inc. intercalate nel testo. (In lavoro). — *vedi anche* Enologia — Vini.

Analisi matematica. — *vedi* Repertorio.

Analisi volumetrica applicata ai prodotti commerciali e industriali, del Prof. P. E. Alessandri, di pag. X-342, con 52 incisioni 4 50

Ananas. — *vedi* Prodotti agricoli.

Anatomia e fisiologia comparate, del Prof. R. Besta, di pag. VII-218 con 34 incisioni 1 50

Anatomia microscopica (Tecnica di), del Prof. D. Carazzi, di pag. XI-211, con 5 incisioni . . . . . 1 50 — *vedi anche* Microscopio.

Anatomia pittorica, del Prof. A. Lombardini, 2ª ediz. riveduta e ampliata, di pag. VIII-168, con 53 inc. 2 —

Anatomia topografica, del Dott. Prof. C. Falcone, di pag. XV-395, con 30 incisioni . . . . . 3 —

Anatomia vegetale, del Dottor A. Tognini, di pagine XVI-274 con 141 incisioni . . . . . 3 —

Animali da cortile, del Prof. P. Bonizzi, di pagine XIV-238 con 39 incisioni. . . . . 2 — — *vedi anche* Abitazioni animali — Cane — Colombi — Coniglicoltura — Majale — Pollicoltura.

Animali domestici. — *vedi* Abitazioni — Alimentazione del bestiame — Bestiame — Cane — Cavallo.

L.

Animali (Gli) **parassiti dell'uomo,** del Prof. F. Mercanti, di pag. IV-179, con 33 incisioni 1 50
— *vedi anche* Zoonosi.
Antichità assira, babilonese, egiziana e fenicia. — *v.* Mitol. orient.
Antichità greche, del Prof. V. Inama. (In lavoro).
— *vedi anche* Mitologia greca.
Antichità private dei romani, del Prof. W. Kopp, traduzione con note ed aggiunte del Prof. N. Moreschi, 2ª edizione, di pagine XII-130. . . . . 1 50
— *vedi anche* Amatore d'oggetti d'arte e di curiosità — Amat. di Maiol. e Porcell. — Archeol. — Armi ant.
Antisettici. — *vedi* Medicatura antisettica.
Antropologia, del Prof. G. Canestrini, 3ª edizione, di pag. VI-239, con 21 incisioni 1 50
— *vedi anche* Etnografia — Paleoetnologia.
Antropometria di R. Livi, di p. VIII-237 con 33 inc. 2 50
Apicoltura del Prof. G. Canestrini, 3ª edizione riveduta di pag. IV-215, con 43 incisioni . . . . . 2 —
Appalti. — *vedi* Ingegneria legale.
Arabo parlato (L') in Egitto. Grammatica, frasi, dialoghi e raccolta di oltre 6000 vocaboli del Prof. A. Nallino. (Nuova edizione dell' *Arabo volgare* di De Sterlich e Dib Khaddag) di pag. XXVIII-386 . 4 —
Araldica (Grammatica), di F. Tribolati, 4ª edizione rifatta da G. di Crollalanza. (In lavoro).
— *vedi anche* Vocabolario araldico.
Aranci. — *vedi* Agrumi.
Archeologia dell'arte, del Prof. I. Gentile:
Parte I. *Storia dell'arte greca,* testo, 3ª ed. completamente rifatta dal prof. Ricci (In lav.).
Atlante di 149 tavole. e indice . . . . 4 —
Parte II. *Storia dell'arte etrusca e romana.* testo. 3ª edizione completamente rifatta dal prof. Serafino Ricci. (In lavoro).
Atlante di 79 tavole. e indice . . . . . 2 —
— *vedi anche* Antichità private dei romani.
Architettura (Manuale di) **italiana,** antica e moderna di A. Melani, 3ª edizione rifatta con 131 inc. e 70 tavole di pag. XXVIII-460 . . . . . 6 —
Argentatura. — *vedi* Galvanoplastica — Galvanostegia — Metalli preziosi — Piccole industrie.
Aritmetica pratica, del Prof. Dott. F. Panizza, 2ª edizione riveduta, di pag. VIII-188. . . . . 1 50
Aritmetica razionale, del Prof. Dott. F. Panizza, 3ª ediz. riveduta di pag. XII-210. . . . . 1 50
Aritmetica (L') **e la Geometria dell'operaio,** di Ezio Giorli, di pag. XII-183, con 74 figure . . . 2 —
— *vedi anche* Esercizi di aritmetica razionale — Formulario scolastico di matematica.

L. c.

Armi antiche (Guida del raccoglitore e dell'amatore di) di J. Gelli, di p. VIII-388, con 9 tavole fuori testo, 432 incisioni nel testo e 14 tavole di marche . . . 6 50
— *vedi anche* Amatore d'oggetti d'arte e di curiosità — Storia dell'arte militare.

Armonia (Manuale di), del Prof. G. Bernardi, con prefazione di E. Rossi, di pag. XII-288 . . . . . 3 50
— *vedi anche* Chitarra — Mandolinista — Musica da camera — Pianista — Storia della mus. — Strumentaz.

Arte antica. — *vedi* Amatore d'oggetti d'arte e di curiosità — Amatore di Maioliche e porcellane — Archeologia — Architettura — Armi antiche — Decorazione e industrie — Pittura — Restaurat. dipinti — Scoltura.

Arte del dire (L'), del Prof. D. Ferrari, Manuale di retorica per lo studente delle Scuole secondarie, 4ª ediz. corretta, di pag. XVI-288 con quadri sinottici. 1 50
— *vedi anche* Rettorica — Ritmica — Stilistica.

Arte della memoria (L'), sua storia e teoria (parte scientifica). Mnemotecnia Triforme (parte pratica) del Generale B. Plebani, di pag. XXXII-224 con 13 illustr. 2 50

Arte militare. — *vedi* Armi antiche — Storia dell'arte mil.

Arte mineraria, dell'Ing. Prof. V. Zoppetti, di pagine IV-192, con 112 figure in 14 tavole . . . . . 2 —

Arti (Le) **grafiche fotomeccaniche** ossia la Eliografia nelle diverse applicazioni (Fotozincotipia, fotozincografia, fotolitografia, fotocollografia, fotosilografia, sincromia, ecc.), con un Dizionarietto tecnico e un cenno storico sulle arti grafiche; 2ª ediz. corretta ed accresciuta, con molte illustrazioni, di pag. VIII-197 con 12 tavole. . . . . 2 —
— *vedi anche* Carte fotografiche — Dizionario fotografico — Fotografia per dilettanti — Fotografia industriale — Fotocromatografia — Fotografia ortocromatica — Litografia — Processi fotomeccanici — Proiezioni — Ricettario fotografico.

Asfalto (L'), fabbricazione, applicazione, dell'Ing. E. Righetti, con 22 incisioni, di pag. VIII-152 . . . . 2 —

Assicurazione agraria, dell'Ing. Capilupi. (In lav.)

Assicurazione in generale, di U. Gobbi, di p. XII-308. 3 —

Assicurazione sulla vita, di C. Pagani, di p. VI-151. 1 50

Assistenza degli infermi nell'ospedale ed in famiglia, del Dott. C. Calliano. 2ª ed., p. XXIV-448, 7 tav. 4 50

Assistenza dei pazzi nel Manicomio e nella famiglia, del dott. A. Pieraccini, e prefazione del prof. E. Morselli, di pag. 250 . . . . . 2 50
— *vedi anche* Igiene — Impiego ipodermico — Materia medica — Medicatura antisettica — Organoterapia — Raggi Röntgen — Semeiotica — Sieroterapia — Soccorsi d'urgenza — Tisici.

L. c.

Astronomia, di J. N. Lockyer, nuova versione libera con note ed aggiunte del Prof. G. Celoria, 4ª ediz., di pagine XI-258 con 51 incisioni 1 50
— *vedi anche* Cosmografia — Gnomonica — Gravitazione — Ottica — Spettroscopio.

Astronomia nautica, del Prof. G. Naccari, di pagine XVI-320, con 46 inc. e tav. numeriche . . . . . 3 —

Atene, di S. Ambrosoli, con molte illustraz. (In lav.).

Atlante geografico-storico dell'Italia, del Dott. G. Garollo, 24 tav. con pag. VIII-67 di testo e un'appen. 2 —

Atlante geografico universale, di Kiepert, con notizie geografiche e statistiche del Dott. G. Garollo, 9ª ediz. (dalla 81000 alla 90000 copia), con 26 carte, testo e indice alfabetico . . . . . 2 —
— *vedi anche* Dizionario geografico.

Atmosfera. — *vedi* Igroscopi e igrometri.

Attrezzatura, manovra delle navi e segnalazioni marittime, di F. Imperato, 2ª edizione ampliata, di p. XXVIII-594, con 305 inc. e 24 tav. in cromolit. riproducenti le bandiere marittime di tutte le nazioni. 6 —
— *vedi anche* Canottaggio — Codice di marina — Costruttore navale — Doveri del macchinista navale — Ing. navale — Filonauta — Macchinista navale — Marine (Le) da guerra — Marino militare.

Autografi. — *vedi* Amatore d'.

Automobilista (Manuale dell') **e guida del meccanico conduttore d' automobili.** Trattato sulla costruzione dei veicoli semoventi, dedicato agli automobilisti italiani, agli amatori d'automobilismo in genere, agli inventori, ai dilettanti di meccanica ciclistica, ecc., del Dott. G. Pedretti, di pag. XXIV-480, con 191 incisioni 5 50

Avicoltura. — *v.* Anim. da cortile — Colombi — Pollicolt.

Avvelenamenti. — *vedi* Veleni.

Bachi da seta, del Prof. F. Nenci, 3ª ediz. con note ed aggiunte, di pag. XII-300, con 47 incis. e 2 tav. . 2 50
— *vedi anche* Gelsicoltura — Industria della seta — — Tintura della seta.

Balistica. — *vedi* Armi antiche — Esplodenti — Pirotecnia — Storia dell'arte militare — Telemetria.

Ballo (Manuale del) di F. Gavina, di pag. VIII-239, con 99 figure. Contiene: Storia della danza. Balli girati. Cotillon. Danze locali. Feste di ballo. Igiene del ballo. 2 50

Banano. — *vedi* Prodotti agricoli.

Bambini. — *vedi* Nutriz. dei — Ortofrenia — Terapia — Sordomuto.

Barbabietola da zucchero. — *vedi* Industria dello zucchero.

L. c.

Batteriologia, dei Professori G. e R. Canestrini, 2ª ediz. in gran parte rifatta, di pag. x-274 con 37 inc. 1 50
— *vedi anche* Anatomia microscopica — Animali parassiti — Microscopio — Protistologia — Tecnica protistologica — Zoonosi.

Beneficenza (Man. della), del dott. L. Castiglioni, con append. sulle contabil. delle istit. di pubbl. benef. (in lav.)

Bestiame (Il) e l'agricoltura in Italia, del Prof. F. Alberti, di pag. viii-312, con 22 zincotipie . . . 2 50
— *vedi* Abitazioni animale — Alimentazione del bestiame — Cavallo — Igiene veterinaria — Zootecnia.

Biancheria. — *vedi* Confezioni d'abiti — Disegno, taglio e confezione di biancheria — Macchine da cucire — Monogrammi.

Bibbia (Man. della), di G. M. Zampini, di pag. xii-308. 2 50

Bibliografia, di G. Ottino, 2ª ediz., riveduta di pagine iv-166, con 17 incisioni . . . . . 2 —
— *vedi anche* Dizionario bibliografico.

Bibliotecario (Manuale del), di G. Petzholdt, tradotto sulla 3ª edizione tedesca, con un'appendice originale di note illustrative, di norme legislative e amministrative e con un elenco delle pubbliche biblioteche italiane e straniere, per cura di G. Biagi e G. Fumagalli, di pag. xx-364-ccxiii. 7 50
— *vedi anche* Bibliografia — Dizionario bibliografico.

Biliardo (Il giuoco del), del Comm. J. Gelli, di pagine xv-179, con 79 illustrazioni 2 50

Biografia. — *vedi* Cristoforo Colombo — Dantologia — Manzoni — Napoleone I — Omero — Shakespeare.

Biologia animale (Zoologia generale e speciale) per Naturalisti, Medici e Veterinarii del Dott. G. Colamarini, di pag. x-426 con 23 tavole . . . . . 3 —
— *vedi anche* Naturalista — Zoologia.

Bitume. — *vedi* Asfalto.

Bollo. — *vedi* Codice del bollo — Leggi registro e bollo.

Bonifiche. — *vedi* Ingegneria legale.

Borsa (Operaz. di). — *vedi* Debito pubb. — Valori pubb.

Boschi. — *vedi* Selvicoltura.

Botanica, del Prof. I. D. Hooker, traduzione del Prof. N. Pedicino. 4ª ediz., di pag. viii-134, con 68 inc. 1 50
— *vedi anche* Anatomia vegetale — Fisiologia vegetale — Funghi mangerecci — Malattie crittogamiche — Tabacco — Tartufi e funghi.

Botti. — *vedi* Enologia.

Box. — *vedi* Pugilato.

Bronzatura. — *vedi* Metallocromia.

Bronzo. — *vedi* Leghe metalliche.

Buddismo, di E. Pavolini, di pag. xvi-164 . . . . 1 50
— *vedi anche* Religioni e lingue dell'India inglese.

L. c.

Burro. — *vedi* Latte — Caseificio.
Cacao. — *vedi* Prodotti agricoli.
Cacciatore (Manuale del), di G. Franceschi, 2ª edizione rifatta, di pag. XIII-315, con 48 incisioni . . . 2 50
— *vedi anche* Cane (Allevatore del),
Cacio. — *vedi* Bestiame — Caseificio — Latte, ecc.
Caffè. — *vedi* Prodotti agricoli.
Calcestruzzo. — *vedi* Costruzioni.
Calci e Cementi (Impiego delle), per l'Ing. L. Mazzocchi, di pag. XII-212 con 49 incisioni . . . . . 2 —
Calcolazioni mercantili e bancarie. — *vedi* Interesse e sconto — Prontuario del ragioniere.
Calcolo infinitesimale, del Prof. E. Pascal:
Parte I. *Calcolo differenziale*, di pag. IX-316 con 10 incisioni . . . . . 3 —
„ II. *Calcolo integrale*, di pag. VI-318 con 15 incisioni . . . . . 3 —
„ III. *Calcolo delle variazioni e Calcolo delle differenze finite*, di p. XII-330 . . . . . 3 —
— *vedi anche* Esercizi di calcolo — Funzioni ellittiche — Repertorio di matematiche.
Calderaio pratico e Costruttore di Caldaie ed altro, di G. Belluomini (in lavoro).
Calligrafia (Manuale di). Cenno storico, cifre numeriche, materiale adoperato per la scrittura e metodo d'insegnamento, con 55 tavole di modelli dei principali caratteri conformi ai programmi, del Prof. R. Percossi, con 38 fac-simili di scritture, eler. leg., tascabile, con leggio annesso al manuale per tenere il modello. 3 —
— *vedi anche* Dizionario di abbreviature latine — Grafologia — Monogrammi — Ornatista — Paleografia — Raccoglitore di autografi.
Calore (Il), del Dott. E. Jones, trad. di U. Fornari, di pag. VIII-296, con 98 incisioni . . . . . 3 —
Cancelliere. — *vedi* Conciliatore.
Candele. — *vedi* Industria stearica.
Cane (Manuale dell'amatore ed allevatore del), di Angelo Vecchio, di pag. XVI-403, con 129 inc. e 51 tav. 6 50
— *vedi anche* Cacciatore.
Canottaggio (Manuale di), del Cap. G. Croppi, di pagine XXIV-456, con 387 incisioni e 31 tavole cromolit. 7 50
— *vedi anche* Attrezzatura — Filonauta — Marino.
Cantante (Man. del), di L. Mastrigli, di pag. XII-132. 2 —
Cantiniere (Il). Manuale di vinificazione per uso dei

L. c.

cantinieri, di A. STRUCCHI, 3ª edizione riveduta ed aumentata, con 52 incisioni unite al testo, una tabella completa per la riduzione del peso degli spiriti, ed un'Appendice sulla produzione e commercio del vino in Italia, di pag. XVI-256 . . . . . 2 —

— *vedi anche* Enologia — Vino.

Carburo di calcio. — *vedi* Acetilene.

Carta. — *vedi* L'industria della.

Carte fotografiche. Preparazione e trattamento, del Dott. L. SASSI, di pag. XII-353 . . . . . 3 50

Carte geografiche. — *vedi* Atlante.

Cartografia (Manuale teorico-pratico della), con un sunto sulla storia della Cartografia, del Prof. E. GELCICH, di pag. VI-257, con 37 illustrazioni . . . . . 2 —

— *vedi anche* Celerimensura — Disegno topografico — Telemetria — Triangolazione.

Case coloniche. — *vedi* Economia fabbricati rurali.

Caseificio, di L. MANETTI, 3ª ediz. nuovamente ampliata dal Prof. G. SARTORI, di pag. VIII-256 con 40 incis. 2 —

vedi anche Bestiame — Latte, burro e cacio.

Catasto (Il nuovo) **italiano,** dell'Avv. E. BRUNI, di pag. VII-346. . . . . 3 —

— *vedi anche* Esattore com. — Imposte dirette — Ingegneria legale — Ipoteche — Ricchezza mobile.

Cavallo (Il), del Colonnello C. VOLPINI, 2ª edizione riveduta ed ampliata di pag. VI-165, con 8 tavole . . 2 50

— *v. anche* Dizionario termini delle corse — Proverbi.

Cavi telegrafici sottomarini. Costruzione, immersione, riparazione, dell'Ing. E. JONA, di pag. XVI-338, 188 fig. e 1 carta delle comunicaz. telegraf. sottomarine. 5 50

— *vedi anche* Telegrafia.

Cedri. — *vedi* Agrumi.

Celerimensura e tavole logaritmiche a quattro decimali dell'Ing. F. BORLETTI, di pag. VI-148 con 29 inc. 3 50

Celerimensura (Manuale e tavole di), dell'Ing. G. ORLANDI, di p. 1200 con quadro generale d'interpolazioni. 18 —

Cementazione. — *vedi* Tempera.

Cementi armati. — *vedi* Calci e cem. — Costr. in calcestr.

Ceralacca. — *vedi* Vernici e lacche.

Ceramiche. — *vedi* Amatore di Maioliche e Porcellane — Fotosmaltografia.

Chimica, del Prof. H. E. ROSCOE, 5ª edizione rifatta da E. RICCI, di pag. XII-228 con 47 incisioni . . . 1 50

— *vedi anche* Acetilene — Acido solforico — Analisi chimica — Chimico — Gaz illuminante — Incandescenza a gaz — Latte, burro e calcio — Tintore — Tintura della seta.

Chimica agraria, di A. ADUCCO, p. VIII-328. 2ª ed. (in lav).

— *vedi anche* Concimi — Humus.

L. c.

Chimica applicata all'Igiene. Guida pratica ad uso degli Ufficiali sanitarii, Medici, Farmacisti-Commercianti, Laboratori d'igiene di merciologia, ecc. di P. E. Alessandri, di pag. xx-515, con 49 inc. e 2 tav. 5 50

Chimica fotografica, del Prof. R. Namias. (In lav.).

Chimico (Manuale del) **e dell'industriale.** Raccolta di tabelle, di dati fisici e chimici e di processi d'analisi tecnica ad uso dei chimici analitici e tecnici, dei direttori di fabbriche, dei fabbricanti di prodotti chimici, degli studenti di chimica, ecc., ecc., del Dottor L. Gabba, 2ª ediz. ampliata ed arricchita delle tavole analitiche di H. Will, di pag. xvi-442, con 12 tabelle. 5 50

Chirurgia, del D.r R. Stecchi. (In lavoro).

Chitarra (Man. pratico per lo studio della). di A. Pisani, di pag. xvi-116, con 36 figure e 25 esempi di musica . 2 —

— *vedi anche* Mandolinista.

Ciclista, dell'Ing. Ghersi. (In lavoro).

Cimiteri. — *vedi* Ingegneria legale.

Classific. delle scienze, di C. Trivero. p. xvi-292. 3 —

Climatologia, di L. De Marchi. di p. x-204 e 6 carte. 1 50

— *vedi* Geografia fisica — Igroscopi — Meteorologia.

Cloruro di sodio. — *vedi* Sale.

Coca. — *vedi* Prodotti agricoli.

Cocco. — *vedi* Prodotti agricoli.

Codice cavalleresco italiano (Tecnica del duello), opera premiata con medaglia d'oro, del Comm. J. Gelli, 9ª ediz. rifatta di pag. xvi-283 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Duellante — Pugilato — Scherma italiana.

Codice del bollo (Il). Nuovo testo unico commentato colle risoluzioni amministrative e le massime di giurisprudenza, ecc., di E. Corsi, di pag. c-564 . . . . 4 50

Codice civile del Regno d'Italia, accuratamente riscontrato sul testo ufficiale, corredato di richiami e coordinato dal Prof. Avv. L. Franchi, di pag. iv-216. 1 50

Codice di commercio, accuratamente riscontrato sul testo ufficiale, corredato di richiami e coordinato dal Prof. Avv. L. Franchi, di pag. iv-148 . . . . 1 50

Codice doganale italiano con commento e note, dell'Avv. E. Bruni. di pag. xx-1078 con 4 inc. 6 50

— *vedi anche* Trasporti e tariffe.

Codice di Marina Mercantile, secondo il testo ufficiale, corredato di richiami e coordinato dal Prof. Avv. L. Franchi. di pag. iv-260 . . . . . 1 50

Codice metrico internazionale. — *vedi* Metrologia.

Codice penale e di procedura penale, secondo il testo ufficiale. corredato di richiami e coordinato dal Prof. Avv. L. Franchi, di pag. iv-211 . . . . . 1 50

L. c.

Codice penale per l'esercito e penale militare marittimo, secondo il testo ufficiale, corredato di richiami e coordinato da L. Franchi, di pag. IV-163. . 1 50

Codice del perito misuratore. Raccolta di norme e dati pratici per la misuraz. e valutaz. d'ogni lavoro edile, prontuario per preventivi, liquidazioni, collaudi, perizie, arbitramenti, degli ingegn. L. Mazzocchi e E. Marzorati, di pag. XIII-498, con 116 illustraz. . 5 50

Codice di procedura civile, accuratamente riscontrato sul testo ufficiale, corredato di richiami e coordinato dal Prof. Avv. L. Franchi, di pag. IV-154. . 1 50

Codice del teatro per gli artisti e per il pubblico, dell'avv. N. Tabanelli. (In lavoro).

Codici e leggi usuali d'Italia, riscontrati sul testo ufficiale coordinati e annotati dal Prof. Avv. L. Franchi, raccolti in 3 grossi vol. legati in pelle flessibile.

Vol. I. Codice civile — di procedura civile — di commercio — penale — procedura penale — della marina mercantile — penale per l'esercito — penale militare marittimo (*otto codici*), di pag. VI-1160 . . . . . 7 50

Vol. II. Parte I. Leggi usuali d'Italia. Raccolta coordinata di tutte le leggi speciali più importanti e di più ricorrente ed estesa applicazione in Italia; con annessi decreti e regolamenti e disposte secondo l'ordine alfabetico delle materie. Dalla voce " Abbordi in mare „ alla voce " Istruzione pubblica (Legge Casati), „ di pag. VIII-1364 a 2 colonne. . . . . 9 —

Vol. II. Parte II dalla voce: *Laghi pubblici* alla voce: *Volture catastali* con appendice, pag. VIII-1369-2982 a 2 colonne. . . . . 12 —

L'opera in tre volumi (legati in tutta pelle flessibile) 28 50

Cognac (Fabbricazione del) **e dello spirito di vino e distillazione delle fecce e delle vinacce,** di Dal Piaz, corredato di annotazioni del Cav. G. Prato, di pag. X-168, con 37 incisioni . . . . . 2 —

— *vedi anche* Alcool — Densità dei mosti — Liquorista — Distilleria.

Coleotteri italiani, del Dott. A. Griffini, (Entomologia I) di pag. XVI-334 con 215 inc. . . . . 3 —

— *vedi anche* Animali parassiti — Ditteri — Imenotteri — Insetti nocivi — Insetti utili — Lepidotteri.

Collezioni. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte — Amatore di maioliche — Armi antiche — Dizionario filatelico — Raccoglitore d'autografi.

Colombi domestici e colombicoltura, del Prof. P. Bonizzi, di pagine VI-210. con 29 incisioni . . . 2 —

— *vedi anche* Animali da cortile — Pollicoltura.

Colorazione dei metalli. — *vedi* Metallocromia.

L. c.

Colori e la pittura (La scienza dei), del Prof. L. Guaita, di pag. 248 . . . . . 2 —
— *vedi anche* Dilettante di pittura — Pittura — Ristauratore di dipinti.

Colori e vernici, di G. Gorini, 3ª ediz. totalmente rifatta, per l'Ing. G. Appiani, di pag. x-282, con 13 inc. 2 —
— *vedi anche* Luce e colori. — Vernici.

Coltivazione ed industrie delle piante tessili, propriamente dette e di quelle che danno materia per legacci, lavori d'intreccio, sparteria, spazzole, scope, carta, ecc., coll'aggiunta di un dizionario delle piante ed industrie tessili, di oltre 3000 voci, del Prof. M. A. Savorgnan D'Osoppo, di pag. xii-476, con 72 inc. 5 —
— *vedi anche* Filatura — Tessitore.

Commedie. — *vedi* Letteratura drammatica.

Commercio. — *vedi* Codice — Corrispondenza commerciale — Computisteria — Geografia commerciale — Industria zucchero, II — Mandato — Merciologia — Produzione e commercio del vino — Ragioneria — Scritture d'affari — Trasporti e tariffe.

Compensazione degli errori con speciale applicazione ai rilievi geodetici, di F. Crotti, di pag. iv-160 . . . . . 2 —

Compositore-Tipografo (Manuale dell'allievo), di S. Landi. — *vedi* Tipografia, vol. II.

Computisteria, del Prof. V. Gitti:
Vol. I. Computisteria commerciale, 4ª ed., di p. iv-184. 1 50
Vol. II. Computisteria finanziaria, 3ª ed., di p. viii-156. 1 50
— *vedi anche* Contabilità — Interesse e sconto — Logismografia — Ragioneria.

Computisteria agraria, del Prof. L. Petri, seconda edizione rifatta di pag. viii-210 . . . . . 1 50

Concia delle pelli ed arti affini, di G. Gorini, 3ª edizione interamente rifatta dai Dott. G. B. Franceschi e G. Venturoli, di pag. ix-210. . . . . 2 —

Conciliatore (Manuale del), dell'Avv. G. Pattacini. Guida teorico-pratica con formulario completo pel Conciliatore, Cancelliere, Usciere e Patrocinatore di cause. 3ª edizione ampliata dall'autore e messa in armonia con l'ultima legge 28 luglio 1895, di pag. x-465 . . 3 —

Concimi, del Prof. A. Funaro, 2ª ediz. (In lavoro).
— *vedi anche* Chimica agraria — Humus.

L. c.

Confezione d'abiti per signora e l'arte del taglio, compilato da Emilia Cova, di pag. VIII-91, con 40 tav. 3 —
— *vedi* Disegno, taglio e confezione di biancheria — Macchine per cucire.

Coniglicoltura pratica, di G. Licciardelli, di pagine VIII-173, con 141 incisioni e 9 tavole in sincromia. 2 50

Conservazione delle sostanze alimentari, di G. Gorini, 3ª ediz. interamente rifatta dai Dott. G. B. Franceschi e G. Venturoli, di pag. VIII-256 . . . 2 —

Consigli pratici. — *vedi* Ricettario domestico — Ricettario industriale — Soccorsi d'urgenza.

Contabilità comunale, secondo le nuove disposizioni legislative e regolamentari (Testo unico 10 febb. 1889 e R. Decr. 6 luglio 1890), del Prof. A. De Brun, di p. VIII-244. 1 50
— *vedi anche* Diritto amministrativo — Legge comunale.

Contabilità domestica, Nozioni amministrativo-contabili ad uso delle famiglie e delle scuole femminili, del rag. O. Bergamaschi, di pag. XVI-186 . . . 1 50
— *vedi anche* Ricettario domestico.

Contabilità generale dello Stato, dell'Avv. E. Bruni, pag. VII-422 (volume doppio) . . . . . 3 —
— *vedi anche* Computisteria.

Contratti agrari. — *vedi* Mezzeria.

Conversazione italiana e tedesca (Manuale di), ossia guida completa per chiunque voglia esprimersi con proprietà e speditezza in ambe le lingue, e per servire di *vade mecum* ai viaggiatori, di A. Fiori. 8ª edizione rifatta da G. Cattaneo, di pag. XIV-400. 3 50

Conversaz. italiana-francese — V. *Fraseologia.*
— *vedi anche* Dottrina popolare in quattro lingue.

Conti e calcoli fatti dell'ing. I. Ghersi (In lav.).

Cooperative rurali, di credito, di lavoro, di produzione, di assicurazione, di mutuo soccorso, di consumo, di acquisto di materie prime, di vendita di prodotti agrari. Scopo, costituzione, norme giuridiche, tecniche, amministrative, computistiche, del Prof. V. Niccoli, di pag. VIII-362 . . . . . 3 50
— *vedi anche* Ragioneria delle cooperative.

Cooperazione nella sociologia e nella legislazione, di F. Virgilii, di pag. XII-228 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Sociologia generale.

Corami. — *vedi* Concia pelli.

Corazzate. — *vedi* Costruttore navale — Ingegnere navale — Marine da guerra. — Montat. di macch.

Corrispondenza commerciale italiana, di U. Gagliardi. (In lavoro).
— *vedi anche* Scritture d'affari.

Corrispondenza in cifre. — *vedi* Crittografia.

L. c.

Corse. — *vedi* Dizionario dei termini delle — Cavallo — Proverbi.

Cosmografia. *Uno sguardo all' Universo*, di B. M. La Leta, di pag. XII-197, con 11 incisioni e 3 tavole. 1 50

Costituzione degli Stati. — *vedi* Diritti e doveri — Ordinam.

Costruttore di macchine a vapore (Manuale del), di H. Haeder. Ediz. ital. compilata sulla 5ª ediz. tedesca, con notev. aggiunte dell'Ing. E. Webber, di p. XVI-452, con 1444 inc. e 244 tab., leg. in bulgaro rosso. . . . 7 —

— *vedi anche* Disegnatore meccan. — Disegno industr. — Ingegnere navale — Meccanica — Meccanico (Il) — Meccanismi (500) — Modellatore meccanico — Montatore di macchine.

Costruttore navale (Manuale del), di G. Rossi, di pag. XVI-517, con 231 figure interc. nel testo e 65 tabelle. 6 —

— *vedi anche* Attrezzatura — Canottaggio — Doveri del macchinista navale — Filonauta — Ingegnere nav. — Macchin. nav. — Marine da guerra — Marino. — Montatore di macchine.

Costruzioni. — *vedi* Abitazioni animali domestici — Calci e cementi — Curve — Fabbricati civili — Fognatura cittadina — Fognatura domestica — Ingegnere civile — Ingegneria legale — Lavori in terra — Momenti resistenti — Peso metalli — Resistenza dei materiali — Scaldamento e ventilazione.

Costruzioni in calcestruzzo ed in cementi armati, dell'Ing. G. Vacchelli, di pag. XVI-312 con 210 incisioni . . . . . 4 —

Cotone. — *vedi* Prodotti agricoli.

Cremore di tartaro. — *vedi* Distillazione.

Cristallo. — *vedi* Fabbricazione degli specchi.

Cristallografia geometrica, fisica e chimica, applicata ai minerali, del Prof. E. Sansoni, di pagine XVI-368, con 284 incisioni nel testo . . . . . 3 —

— *vedi anche* Fisica cristallografica — Mineralogia.

Cristoforo Colombo, del Prof. V. Bellio, con 10 incisioni, di pag. IV-136. . . . . 1 50

Crittogame. — *vedi* Funghi — Malattie crittog. — Tartufi.

Crittografia (La) diplomatica, militare e commerciale, ossia l'arte di cifrare o decifrare le corrispondenze segrete. Saggio del conte L. Gioppi, di pag. 177 . . 3 50

Cronologia. — *vedi* Storia e cronologia.

Cubatura dei legnami (Prontuario per la), di G. Belluomini. 3ª ediz. aumentata e corretta, di pag. 204. 2 50

Cuoio. — *vedi* Concia delle pelli.

Curiosità. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità — Amatore di Maioliche e Porcellane — Armi ant.

L. c.

Curve. Manuale pel tracciamento delle curve delle Ferrovie e Strade carrettiere di G. H. Kröhnke, traduzione di L. Loria, 2ª ediz., di pag. 164, con 1 tav. 2 50

Dantologia, del Dott. G. A. Scartazzini, 2ª edizione. Vita ed Opere di Dante Alighieri, di pagine VI-408. 3 —

Danza. — *vedi* Ballo.

Datteri. — *vedi* Prodotti agricoli.

Debito (Il) pubblico italiano e le regole e i modi per le operazioni sui titoli che lo rappresentano, di F. Azzoni, di pag. VIII-376 . . . . . 3 —
— *vedi anche* Valori pubblici.

Decorazione dei metalli. — *vedi* Metallocromia.

Decorazione del vetro. — *vedi* Fabbricaz. degli specchi — Fotosmaltografia.

Decorazione e industrie artistiche, dell'Architetto A. Melani, 2 vol., di pag. XX-460, con 118 inc. . 6 —
— *vedi anche* L'Amatore di oggetti d'arte — Amatore di Maioliche e Porcellane — Armi antiche — Piccole Industrie.

Densità (La) dei mosti, dei vini e degli spiriti ed i problemi che ne dipendono — ad uso degli enochimici, degli enotecnici e dei distillat., di E. De Cillis, di pag. XVI-230, con 11 figure e 46 tavole . . . 2 —
— *vedi anche* Cognac — Enologia — Liquorista — Vini.

Determinanti e applicazioni, del Prof. E. Pascal, di pag. VIII-330 . . . . . 3 —

Diagnostica. — *vedi* Semeiotica.

Dialetti italici. Grammatica, iscrizioni, versione e lessico, di O. Nazari, di pag. XVI-364 . . . . . 3 —

Dialetti letterari greci (epico, neo-ionico, dorico, eolico), del Prof. G. B. Bonino, di pag. XXXII-214. . 1 50

Didattica per gli alunni delle scuole normali e pei maestri elementari del Prof. G. Soli, di pag. VIII-214. 1 50

Digesto (Il), del Prof. C. Ferrini, di pag. IV-134 . . 1 50

Dilettanti di pittura. — Vedi *Pittura.*

Dinamica elementare, del Dott. C. Cattaneo, di pag. VIII-146, con 25 figure 1 50
— *vedi anche* Termodinamica.

Dinamite. — *vedi* Esplodenti.

Diritti e doveri dei cittadini, secondo le Istituzioni dello Stato, per uso delle pubbliche scuole, del Prof. D. Maffioli, 9ª ediz., di pag. XVI-229 . . . . 1 50

L. c.

Diritto amministrativo giusta i programmi governativi, ad uso degli Istituti tecnici, del Prof. G. Loris, 4ª edizione, di pag. XX-521 . . . . . 3 —

Diritto civile, del Prof. G. Loris, giusta i programmi governativi ad uso degli Istituti tecnici, 2ª edizione riveduta e ampliata, di pag. XVI-386. . . . . 3 —

Diritto civile italiano, del Prof. C. Albicini, di pag. VIII-128 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Codice civile — Codice di proced. civile.

Diritto commerciale italiano, del Prof. E. Vidari, 2ª edizione diligentemente riveduta. di pag. X-448. 3 —
— *vedi anche* Codice commerciale — Mandato.

Diritto comunale e provinciale. — *vedi* Contabilità comunale — Diritto amministrativo — Legge comunale.

Diritto costituzionale, dell'Avv. Prof. F. P. Contuzzi, 2ª edizione, di pag. XVI-370 . . . . . 3 —

Diritto ecclesiastico, di C. Olmo, di pagine XII-472. 3 —

Diritto internazionale privato, dell'Avv. Prof. F. P. Contuzzi, di pag, XVI-392. . . . . 3 —

Diritto internazionale pubblico, dell'Avv. Prof. F. P. Contuzzi, di pag. XII-320. . . . . 3 —

Diritto penale, dell'avv. A. Stoppato. 2ª ed. (in lav.).
— *vedi anche* Codice penale e di procedura penale — Codice penale militare e penale militare marittimo.

Diritto penale romano, del Prof. C. Ferrini, di pag. VIII-360 . . . . . 3 —

Diritto romano, del Prof. C. Ferrini, 2ª ediz. rifatta, di pag. XVI-178 . . . . . 1 50

Disegnatore meccanico e nozioni tecniche generali di Aritmetica, Geometria, Algebra, Prospettiva, Resistenza dei materiali, Apparecchi idraulici, Macchine semplici ed a vapore, Propulsori, per V. Goffi, 2ª edizione riveduta. di pag. XXI-435, con 363 figure . . 5 —
— *vedi anche* Disegno industriale — Meccanica — Meccanico — Meccanismi (500) — Modellatore meccanico — Montatore di macchine.

Disegno. I principii del Disegno. del Prof. C. Boito, 4ª edizione. di pag. IV-206, con 61 silografie . . . . 2 —
— *vedi anche* Ornatista.

Disegno assonometrico, del Prof. P. Paoloni, di pag. IV-122 con 21 tavole e 23 figure nel testo . . . 2 —

Disegno geometrico, del Prof. A. Antilli, 2ª ediz., di pag. VIII-88, con 6 figure nel testo e 27 tav. litogr. 2 —

L. c

Disegno industriale, di E. Giorli. Corso regolare di disegno geometrico e delle proiezioni. Degli sviluppi delle superfici dei solidi. Della costruzione dei principali organi delle macchine. Macchine utensili, di pagine VIII-218, con 206 problemi risolti e 261 figure . 2 —

Disegno di proiezioni ortogonali, del Prof. D. Landi, di pag. VIII-152, con 132 incisioni . . . . . 2 —
— *vedi anche* Prospettiva.

Disegno topografico, del Capitano G. Bertelli, 2ª edizione, di pag. VI-137, con 12 tavole e 10 incis. 2 —
— *vedi* Cartografia — Celerimensura — Prospettiva — Regolo calcolatore — Telemetria — Triangolazioni.

Disegno, taglio e confezione di biancheria (Manuale teorico pratico di), di E. Bonetti, con un Dizionario di nomenclatura. 2ª ediz. riveduta e aumentata, di pag. XVI-202 con 50 tav. illustrative e 6 prospetti. 3 —
— *vedi anche* Confezione d'abiti — Ricettario domestico.

Disinfezione. — *vedi* Infezione — Medicatura antisettica.

Distillazione delle Vinacce, del vino e delle frutta fermentate. Fabbricazione razionale del Cognac. Estrazione del Cremore di Tartaro ed utilizzazione di tutti i residui della distillazione, 2ª ediz. rifatta di M. Da Ponte. (In lavoro).

Distillazione. — *vedi* Alcool — Analisi del vino — Analisi volumetrica — Chimica agraria — Chimico — Cognac — Densità dei mosti — Enologia — Farmacista — Liquorista — Vini bianchi.

Ditteri italiani, di Paolo Lioy (*Entomologia III*), di pag. VII-356, con 227 incisioni . . . . . 3 —
— *vedi anche* Animali parassiti — Coleotteri — Imenotteri — Insetti nocivi — Insetti utili — Lepidotteri.

Dizionario alpino italiano. Parte 1ª: *Vette e valichi italiani*, dell'Ing. E. Bignami-Sormani. — Parte 2ª: *Valli lombarde e limitrofe alla Lombardia*, dell'Ing. C. Scolari, di pag. XXII-310 . . . . . 3 50
— *vedi anche* Alpi — Alpinismo — Prealpi.

Dizionario bibliografico, di C. Arlia, di pag. 100. 1 50
— *vedi anche* Bibliografia — Bibliotecario.

Dizionario di abbreviature latine ed italiane usate nelle carte e codici specialmente del Medio Evo, riprodotte con oltre 13000 segni incisi, aggiuntovi un prontuario di Sigle Epigrafiche. I monogrammi, la numerazione romana ed arabica e i segni indicanti monete, pesi, misure, ecc., per cura di Adriano Cappelli Archivista-Paleografo presso il R. Archivio di Stato in Milano, di pag. LXII-433, con elegante legatura in cromo 7 50

L.

— *vedi anche* Epigrafia latina — Paleografia.

Dizionario Eritreo (Piccolo) **Italiano-arabo-amarico,** raccolta dei vocaboli più usuali nelle principali lingue parlate nella colonia eritrea, di A. Allori, di pagine XXXIII-203 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Arabo parlato — Grammatica galla — Lingue d'Africa — Tigré.

Dizionario filatelico, per il raccoglitore di francobolli con introduzione storica e bibliografia, del Comm. J. Gelli, 2ª edizione con Appendice 1898-99, di pag. LXIII-464. . . . . 4 50

Dizionario fotografico pei dilettanti e professionisti, con oltre 1500 voci in 4 lingue, 500 sinonimi, e 600 formule, di L. Gioppi, di pag. VIII-600, 95 inc. e 10 tav. 7 50

Dizionario geografico universale, del Prof. Dottor G. Garollo, 4ª edizione del tutto rifatta e molto ampliata, di pag. XII-1451 . . . . . 10 —

Dizionario gotico. — *vedi* Lingua gotica.

Dizionario milanese-italiano e repertorio italiano-milanese, di Cletto Arrighi, di pag. 912, a due colonne. 2ª edizione 8 50

Dizionario rumeno. — *vedi* Grammatica rumena.

Dizionario stenografico. Sigle e abbreviature del sist. Gabelsberger-Noe, di A. Schiavenato, di p. XVI-156. 1 50

Dizionario tascabile (Nuovo) **italiano-tedesco e tedesco-italiano,** compilato sui migliori vocabolari moderni e provvisto d'un'accurata accentuazione per la pronuncia dell'italiano, di A. Fiori, 3ª ediz., completamente rifatta dal Prof. G. Cattaneo, (in lav.).

Dizionario tecnico in quattro lingue dell'Ing. E. Webber, 4 volumi di pag. 1917 . . . . . 18 —

Separatamente:

vol. I. Italiano-Tedesco-Francese-Inglese, di p. IV-336. 4 —

vol. II. Deutsch-Italienisch-Französisch-Englisch, p. 409. 4 —

vol. III. Français-Italien-Allemand-Anglais, di p. 509. 4 —

vol. IV. English-Italian-German-French, di pag. 659. 6 —

Dizionario (Piccolo) **dei termini delle corse,** di G. Volpini, di pag. 47 . . . . . 1 —

Dizionario turco. — *vedi* Grammatica turca.

Dizionario universale delle lingue italiana, tedesca, inglese e francese, disposte in un unico alfabeto, 1 vol. di pag. 1200 a 2 colonne . . . 8 —

L. c.

Dizionario. — *vedi* Vocabolario.
Dizionario Volapük. — *vedi* Volapük.
Dogane. — *vedi* Codice doganale — Trasporti e tariffe.
Doratura. — *vedi* Galvanostegia.

Dottrina popolare, in 4 lingue. (Italiana, Francese, Inglese e Tedesca). Motti popolari, frasi commerciali e proverbi, raccolti da G. Sessa. 2ª ed., di pag. IV-212. 2 —
— *vedi anche* Conversazione italiana-tedesca — Conversazione Volapük — Fraseologia francese.

Doveri del macchinista navale e condotta della macchina a vapore marina ad uso dei macchinisti navali e degli Istituti nautici, di M. Lignarolo, di p. XVI-303. 2 50
— *vedi* Macchinista navale — Montatore di macchine.

Drammi. — *vedi* Letteratura drammatica.

Duellante (Man. del) in appendice al *Codice cavalleresco.* di J. Gelli, 2ª ediz., di pag. VIII-256, con 27 tavole. 2 50
— *vedi anche* Codice cavaller. — Pugilato — Scherma.

Ebanista. — *vedi* Falegname — Modellatore meccanico — Operaio.

Educaz. dei bambini. — *vedi* Ortofrenia — Sordomuti.

Economia dei fabbricati rurali, di V. Niccoli, di pag. VI-192. . . . . 2 —

Economia matematica (Introd. alla), dei Professori F. Virgilii e C. Garibaldi, di p. XII-210, con 19 inc. 1 50

Economia politica, del Prof. W. S. Jevons, traduz. del Prof. L. Cossa. 4ª ediz. riveduta di pag. XVI-179. 1 50

Edilizia. — Fabbric. civili — Ingegn. civ. — Ingegn. legale.

Elettricista (Manuale dell'), dei Proff. G. Colombo e Ferrini, di pag. VIII-204-44, con 40 incisioni. . . . 4 —

Elettricità, del Prof. Fleeming Jenkin, trad. del Prof. R. Ferrini 2ª ediz. riveduta, di p. XII-208, con 36 incisioni 1 50
— *vedi anche* Cavi telegrafici sottomarini — Galvanoplastica — Galvanostegia — Illuminazione elettrica — — Magnetismo ed elettricità — Metallocromia — Röntgen (Raggi di) — Telefono — Telegrafia — Unità assol.

Elettrotecnica (Man. di), di Grawinkel-Streker, traduzione italiana dell'ing. Flavio Dessy. (In lav.).

Embriologia e morfologia generale, del Prof. G. Cattaneo, di pag. X-242, con 71 incisioni . . . 1 50

Enciclopedia del giurista. — *vedi* Codici e leggi.

Enciclopedia Hoepli (Piccola), in 2 grossi volumi di 3375 pagine di due colonne per ogni pagina, con Appendice (146740 voci) . . . . . 20 —

Energia fisica, del Prof. R. Ferrini, di pag. VIII-187, con 47 incisioni, 2ª edizione interamente rifatta . . 1 50

Enigmatica (Man. di), di D. Tolosani. (In lavoro).

L. c.

Enologia, precetti ad uso degli enologi italiani, del Prof. O. Ottavi, 4ª edizione interamente rifatta da A. Strucchi, con una Appendice sul metodo della Botte unitaria pei calcoli relativi alle botti circolari, dell'Ing. Agr. R. Bassi, di pag. xvi-304, con 38 inc. 2 50

Enologia domestica, di R. Sernagiotto, p. viii-223. 2 —

— *vedi anche* Alcool — Analisi del vino — Cantiniere — Cognac — Densità dei mosti — Liquorista — Malattie ed alterazioni dei vini — Produzione e commercio dei vini — Uva da tavola — Vini bianchi e da pasto — Vino — Viticoltura.

Entomologia. di A. Griffini e P. Lioy, 4 volumi: (*vedi* Coleotteri — Ditteri — Lepidotteri — Imenotteri).

— *vedi anche* Animali parassiti — Apicoltura — Bachi da seta — Imbalsamatore — Insetti utili — Insetti nocivi — Naturalista viaggiatore — Zoonosi.

Epigrafia latina. Trattato elem. con esercizi prattici e facsimili, con 65 tav., del Prof. S. Ricci, di p. xxxii-448. 6 50

— *vedi* Dizionario di abbreviature latine.

Eritrea. — *vedi* Arabo parlato — Dizionario eritreo, italiano-arabo-amarico — Grammatica galla — Lingue d'Africa — Prodotti agricoli del Tropico — Tigré-italiano.

Errori e pregiudizi volgari, confutati colla scorta della scienza e del raziocinio da G. Strafforello, la 2ª edizione è in corso di stampa.

Esame degli Infermi — *vedi* Semeiotica

Esattore comunale. (Manuale dell'), ad uso anche dei Ricevitori provinciali, Messi esattoriali, Prefetti, Intendenti di finanza, Agenti imposte, Sindaci e Segretari dei Comuni, Avvocati, Ingegneri, Ragionieri, Notai e Contribuenti, del rag. G. Mainardi, 2ª ediz. riveduta ed ampliata di pag. xvi-480 . . . . . 5 50

— *vedi anche* Catasto — Imposte dir. — Ricchezza mob.

Esercizi di algebra elementare, del Prof. S. Pincherle, di pag. viii-135. con 2 incisioni 1 50

— *vedi anche* Algebra — Determinanti — Formulario di matematica.

Esercizi di aritmetica razionale, del Prof. Dott. F. Panizza, di pag. viii-150 . . . . . 1 50

— *vedi anche* Aritmetica — Formulario di matematica.

Esercizi di calcolo infinitesimale (Calcolo differenziale e integrale), del Prof. E. Pascal, di pagine xx-372 . . . . . 3 —

— *vedi anche* Calcolo infinitesimale — Funzioni ellittiche — Repertorio di matematiche.

L. c.

Esercizi geografici e quesiti, sull'Atlante geografico universale di R. Kiepert, di L. Hugues, 3ª edizione rifatta, di pag. VIII-208. . . . . 1 50
— *vedi anche* — Atlante — Geografia.

Esercizi sulla geometria elementare, del Professore S. Pincherle, di pag. VIII-130, con 50 incis. 1 50
— *vedi* Geometria — Metodi per risolvere i problemi.

Esercizi greci per la 4ª classe ginnasiale in correlazione alle *Nozioni elementari di lingua greca*, del Prof. V. Inama; del Prof. A. V. Bisconti, di p. XXI-237. 1 50
— *vedi anche* Grammatica greca — Letteratura greca.

Esercizi latini con regole (Morfologia generale), del Prof. P. E. Cereti, di pag. XII-332. . . . . 1 50
— *vedi anche* Grammatica latina — Letterat. romana.

Esercizi di stenografia. — *vedi* Stenografia.

Esercizi di traduzione a complemento della gramm. francese. del Prof. G. Prat, di p. VI-183. 1 50
— *vedi anche* Gramm. francese — Letterat. francese.

Esercizi di traduzione con vocabolario a complemento della Grammatica tedesca, del Prof. G. Adler, 2ª ediz., di pag. VIII-244 . . . 1 50
— *vedi anche* Grammatica tedesca — Letter. tedesca.

Esercizi pratici della lingua danese. — *vedi* Gramm. Danese.

Esercizi pratici della lingua portoghese. — *vedi* Gramm. Portog.

Esplodenti e modo di fabbricarli, di R. Molina, di pag. XX-300 . . . . . 2 50
— *vedi anche* Pirotecnia.

Espropriazione. — *vedi* Ingegneria legale

Essenze. — *vedi* Liquorista.

Estetica, del Prof. M. Pilo, di pag. XX-260 . . . . 1 50

Estimo di cose d'arte. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità — Amatore di Maioliche e Porcellane.

Estimo dei terreni. Garanzia dei prestiti ipotecari e dell'equa ripartizione dell'imposta, dell'Ing. P. Filippini, di pag. XVI-328, con 3 incisioni. . . . . 3 —

Estimo rurale, del Prof. Carega di Muricce, p. VI-164. 2 —
— *vedi anche* Agronomia — Catasto — Celerimensura — Disegno topografico — Economia dei fabbricati rurali — Geometria pratica — Prontuario dell'agricoltore — Triangolazioni.

Etnografia, del Prof. B. Malfatti, 2ª edizione interamente rifusa, di pag. VI-200 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Antropologia — Paleoetnologia.

Evoluzione. (Storia dell') di Carlo Fenizia. (In lav.).

L. c.

Fabbricati civili di abitazione, dell'Ing. C. Levi, di pag. XII-385, con 184 incisioni 4 50
— *vedi* Calci e cementi — Ingegnere civile — Ingegneria legale.

Fabbricati rurali. — *vedi* Abitazioni — Economia fabbricati.

Fabbricazione (La) **degli specchi e la decorazione del vetro e cristallo,** del Prof. R. Namias, di pagine XII-156, con 14 incisioni . . . . . 2 —
— *vedi anche* Fotosmaltografia.

Fabbricazione dello zucchero. — *vedi* Industria.

Fabbro. — *vedi* Fonditore — Meccanico — Operaio — Tornitore.

Falegname ed ebanista. Natura dei legnami, maniera di conservarli, prepararli, colorirli e verniciarli, loro cubatura, di G. Belluomini, di p. X-138, con 42 inc. 2 —
— *vedi anche* Cubatura — Modellatore meccanico — Operaio.

Fanciulli deficienti (idioti, imbecilli, tardivi, ecc.) *v.* Ortofr.

Farmacista (Manuale del), del Prof. P. E. Alessandri, 2ª ediz. interamente rifatta e aumentata e corredata di tutti i nuovi medicamenti in uso nella terapeutica, loro proprietà, caratteri, alterazioni, falsificazioni, usi dosi, ecc., di pag. XVI-731, con 142 tav. e 82 incisioni. 6 50
— *vedi anche* Analisi volumetrica — Chimico — Impiego ipodermico — Infezione — Materia medica — Medicatura antisettica.

Farfalle. — *vedi* Lepidotteri.

Ferro. — *vedi* Fonditore — Galvanostegia — Ingegnere civile — Ingegnere navale — Leghe metalliche — Meccanismi (500) — Metallo — Metallocromia — Montatore di macchine — Operaio — Peso dei metalli — Resistenza materiali — Siderurgia — Tempera — Tornitore meccanico — Travi metall.

Ferrovie. — *vedi* Codice doganale — Curve — Ingegneria legale — Macchin. e fuochista. — Trasporti e tariffe.

Filatelia. — *vedi* Dizionario filatelico.

Filatura. Manuale di filatura, tessitura e lavorazione meccanica delle fibre tessili, di E. Grothe, traduzione sull'ultima edizione tedesca, di p. VIII-414 con 105 inc. 5 —
— *vedi anche* Coltivazione delle piante tessili — Piante industriali — Tessitore.

Filatura della seta, di G. Pasqualis. (In lavoro).

Filologia classica, greca e latina, del Prof. V. Inama, di pag. XII-195 . . . . . 1 50

Filonauta. Quadro generale di navigazione da diporto e consigli ai principianti, con un Vocabolario tecnico più in uso nel panfiliamento, del Cap. G. Olivari, p. XVI-286. 2 50
— *vedi anche* Canottaggio.

L. c.

Filosofia. — *vedi* Estetica — Filosofia morale — Logica — Psicologia — Psicologia fisiologica.

Filosofia morale, del Prof. L. Friso, di pag. XVI-336. 3 —

Filugello. — *vedi* Bachi da seta.

Finanze. — *vedi* Computisteria finanziaria — Contabilità di Stato — Debito pubblico — Esattore — Scienza delle finanze — Valori pubblici.

Fiori artificiali, Manuale del fiorista, di O. Ballerini, di pag. XVI-278, con 144 incis. e 1 tav. a 36 colori. 3 50
— *vedi anche* Pomologia artificiale.

Fiori. — *vedi* Floricoltura — Orticoltura — Piante e fiori.

Fisica, del Prof. O. Murani, con 243 incis. e 3 tavole. 6ª ediz. completamente rifatta del Manuale di Fisica di Balfour Stewart, di pag. XVI-411 . . . . . 2 —

Fisica cristallografica, di W. Voigt, trad. A. Sella. (In lavoro).

Fisica. — *vedi* Calore — Dinamica — Energia fisica — Fulmini e parafulmini — Igroscopi — Luce e colori — Luce e suono — Microscopio — Ottica — Röentgen — Spettroscopio — Termodinamica.

Fisiologia, di Foster, traduz. del Prof. G. Albini, 3ª ediz. di pag. XII-158, con 18 incisioni 1 50

Fisiologia comparata. — *vedi* Anatomia.

Fisiologia vegetale, del Dott. Luigi Montemartini, di pagine XVI-230, con 68 incisioni 1 50
— *vedi anche* Anatomia vegetale.

Floricoltura (Manuale di), di C. M. Fratelli Roda, 2ª ediz. riveduta da G. Roda, di pag. VIII-256, con 87 inc. 2 —
— *vedi anche* Botanica — Fiori artificiali — Orticoltura — Piante e fiori — Ricettario domestico.

Florilegio poetico greco, del Prof. V. Inama. (In lav.).

Fognatura cittadina, dell'Ing. D. Spataro, di pagine X-684, con 220 figure e 1 tavola in litografia . . 7 —

Fognatura domestica, dell'ing. A. Cerutti, di pagine VIII-421, con 200 incisioni . . . . . 4 —

Fonditore in tutti i metalli (Manuale del), di G. Belluomini, 2ª ediz., di pag. VIII-150, con 41 incis. 2 —
— *vedi anche* Leghe metalliche — Montatore di macchine. — Operaio — Siderurgia.

Fonologia italiana, di L. Stoppato, pag. VIII-102 1 50

Fonologia latina, del Prof. S. Consoli, di pag. 208. 1 50

Foreste. — *vedi* Ingegneria legale — Selvicoltura.

Formaggio. — *vedi* Caseificio — Latte, burro e cacio.

Formulario scolastico di matematica elementare (aritmetica, algebra, geometria, trigonometria), di M. A. Rossotti, di pag. XVI-192 . . . . . 1 50

Fotocalchi. — *vedi* Arti grafiche — Chimica fotografica — Fotografia industriale — Processi fotomeccanici.

L. c.

Fotocollografia. — *vedi* Processi fotomeccanici.

Fotocromatografia (La), del Dott. L. Sassi, di pagine XXI-138, con 19 incisioni . . . . . 2 —

Fotografia ed arti affini. — *vedi* Arti grafiche — Chimica fotografica — Dizionario fotografico — Fotocromatografia — Fotografia industriale — Fotografia ortocromatica — Fotografia pei dilettanti — Fotosmaltografia — Litografia — Proiezioni — Ricettario fotografico.

Fotografia industriale (La), fotocalchi economici per le riproduzioni di disegni, piani, carte, musica, negative fotografiche, ecc., del Dott. Luigi Gioppi, di pag. VIII-208, con 12 incisioni e 5 tavole fuori testo. 2 50

Fotogrammetria, di Pio Paganini. (In lavoro).

Fotografia ortocromatica, del Dott. C. Bonacini, di pag. XVI-277 con incisioni e 5 tavole 3 50

Fotografia pei dilettanti. (Come il sole dipinge), di G. Muffone, 4ª edizione rifatta ed ampliata di pagine XVIII-362, con 93 incisioni e 10 tavole . . . . 3 —

Fotolitografia. — *vedi* Processi fotomeccanici.

Fotosmaltografia (La), applicata alla decorazione industriale delle ceramiche e dei vetri, di A. Montagna, di p. VIII-200, 16 incisioni nel testo . . . . 2 —

Fototipografia. — *vedi* Processi fotomeccanici.

Fragole. — *vedi* Frutta minori.

Francobolli. — *vedi* Dizionario filatelico.

Fraseologia francese-italiana, di E. Baroschi Soresini, di pag. VIII-262 . . . . . 2 50

Fraseologia italiana-tedesca. — *vedi* Conversazione — Dottrina popolare.

Frenastenia. — *vedi* Ortofrenia.

Frumento e mais, del Prof. G. Cantoni, di pag. VI-168, con 13 incisioni . . . . . 2 —

Frutta minori. Fragole, poponi, ribes, uva spina e lamponi, del Prof. A. Pucci, di pag. VIII-192, 96 inc. 2 50

Frutta fermentate. — *vedi* Distillazione.

Frutticoltura, del Prof. Dott. D. Tamaro, 3ª ediz., di pag. XVIII-219, con 81 incisioni. . . . . 2 —

Frutticoltura. — *vedi* Agrumi — Olivo — Prodotti agricoli del tropico — Uve da tavola — Viticoltura.

Frutti artificiali. — *vedi* Pomologia artificiale.

Fulmini e parafulmini, del Dott. Prof. E. Canestrini, di pag. VIII-166, con 6 incisioni. . . . . 2 —

Funghi mangerecci e funghi velenosi, del Dott. F. Cavara, di pag. XVI-192, con 43 tav. e 11 incisioni. 4 50

— *vedi anche* Tartufi e funghi.

L. c.

Funzioni ellittiche, del Prof. E. PASCAL, di pag. 240 1 50
— *vedi anche* Calcolo infinitesimale — Esercizi di calcolo — Repertorio di matematiche.

Fuochista. — *vedi* Macchinista e fuochista.

Fuochi artificiali. — *vedi* Esplodenti — Pirotecnia.

Gallinacei. — *vedi* Animali da cortile — Pollicoltura.

Galvanizzazione, pulitura e verniciatura dei metalli e galvanoplastica in generale. Manuale pratico per l'industriale e l'operaio riguardante la nichelatura, ramatura, ottonatura, doratura, argentatura, stagnatura, zincatura, acciaiatura, antimoniatura, cobaltatura, ossidatura, galvanoplastica in rame, argento, oro, ecc., in tutte le varie applicazioni pratiche, di F. WERTH. Di p. XVI-324, con 153 incis. . . 3 50

Galvanoplastica, ed altre applicazioni dell'elettrolisi. Galvanostegia, Elettrometallurgia, Affinatura dei metalli, Preparazione dell'alluminio, Sbianchimento della carta e delle stoffe, Risanamento delle acque, Concia elettrica delle pelli, ecc. del Prof. R. FERRINI, 3ª edizione, completamente rifatta, di p. XII-417, con 45 inc. 4 —

Galvanostegia, dell'ing. I. GHERSI. Nichelatura, argentatura, doratura, ramatura, metallizzazione, ecc., di pag. XII-324, con 4 incisioni 3 50

Gaz illuminante (Industria del), di V. CALZAVARA, di pag. XXXII-672, con 375 incisioni e 216 tabelle . . 7 50
— *vedi anche* Acetilene — Incandescenza.

Gelsicoltura, del Prof. D. TAMARO, di p. XVI-175 e 22 inc. 2 —
— *vedi anche* Bachi da seta.

Geodesia. — *vedi* Celerimensura — Compensazione degli errori — Curve — Disegno topografico — Geometria prat. — Prospett. — Telemetria — Triangolaz.

Geografia, di G. GROVE, traduzione del Prof. G. GALLETTI, 2ª ediz. riveduta, di pag. XII-160, con 26 incis. 1 50

Geografia. — *vedi* Alpi — Antropologia — Atlante geografico storico d'Italia — Atlante geograf. universale — Cartografia — Climatologia — Cosmografia — Dizionario alpino — Dizionario geografico — Esercizi geografici — Etnografia — Mare — Naturalista viaggiatore — Prealpi bergamasche — Vulcanismo.

Geografia classica, di H. F. TOZER, traduzione e note del Prof. I. GENTILE, 5ª ediz., di pag. IV-168 . 1 50

Geografia commerciale economica. *Europa, Asia, Oceania, Africa, America,* del Prof. P. LANZONI, di pag. VIII-344. . . . . 3 —

Geografia fisica, di A. GEIKIE, traduzione di A. STOPPANI, 3ª ediz., di pag. IV-132, con 20 incisioni . . . 1 50

Geologia, di A. GEIKIE, traduzione di A. STOPPANI, la nuova ediz., rifatta dal prof. MERCALLI, è in lavoro.
— *vedi anche* Paleoetnologia.

L. c.

Geometria analitica dello spazio, del Prof. F. Aschieri, di pag. VI-196, con 11 incisioni 1 50

Geometria analitica del piano, del Prof. F. Aschieri, di pag. VI-194, con 12 incisioni 1 50

Geometria descrittiva, del Prof. F. Aschieri, di pag. VI-222, con 103 incisioni, 2ª edizione rifatta . . 1 50

Geometria elementare. — *vedi* Geometria pura — Problemi di Geometria elementare.

Geometria e trigonometria della sfera, del Prof. C. Alasia, di pag. VIII-208, con 34 incisioni. . 1 50

Geometria metrica o trigonometrica, del Prof. S. Pincherle, 5ª edizione, di pag. IV-158, con 47 inc. 1 50

Geometria pratica, dell'Ing. Prof. G. Erede, 3ª edizione riveduta ed aumentata di pag. XII-258, con 134 inc. 2 —

— *vedi anche* Celerimensura — Disegno assonometrico — Disegno geometrico — Disegno topografico — Geodesia — Metodi facili per risolvere i problemi — Prospettiva — Regolo calcolatore — Statica — Stereometria — Triangolazioni.

Geometria projettiva del piano e della stella, del Prof. F. Aschieri, 2ª ediz., di p. VI-228, con 86 inc. 1 50

Geometria projettiva dello spazio, del Prof. F. Aschieri, 2ª ediz. rifatta, di pag. VI-264, con 16 incis. 1 50

Geometria pura elementare, del Prof. S. Pincherle, 5ª ediz. con l'aggiunta delle figure sferiche, di pag. VIII-176, con 121 incisioni 1 50

— *vedi anche* Esercizi di geometria — Formulario scolastico di matematica — Metodi facili ecc.

Giardino (Il) infantile, del Prof. P. Conti, di pagine IV-214, con 27 tavole . . . . . 3 —

Ginnastica (Storia della), di F. Valletti, di p. VIII-184. 1 50

Ginnastica femminile, di F. Valletti, di pagine VI-112, con 67 illustrazioni. . . . . 2 —

Ginnastica maschile (Manuale di), per cura del Comm. J. Gelli, di pag. VIII-108, con 216 incisioni . 2 —

— *vedi anche* Giuochi ginnastici.

Gioielleria, oreficeria, oro, argento e platino, di E. Boselli, di pag. 336, con 125 incisioni . . . 4 —

— *vedi anche* Metalli preziosi — Pietre preziose.

Giuochi. — *vedi* Biliardo — Enigmatica — Scacchi.

Giuochi ginnastici per la gioventu delle scuole e del popolo, raccolti e descritti, di F. Gabrielli, di pag. XX-218, con 24 tavole illustrative. 2 50

— *vedi anche* Ballo — Giardino infantile — Ginnastica — Lawn-Tennis — Pugilato — Scherma.

Glottologia, del Pr. G. De Gregorio, di pag. XXXII-318. 3 —

L. c.

— *vedi anche* Letterature diverse — Lingua gotica — Lingue diverse — Lingue neolatine — Sanscrito.

Gnomonica ossia **l'arte di costruire orologi solari,** lezioni popolari di B. M. La Leta, di p. VIII-160, con 19 figure . . . . . 2 —

— *vedi anche* Orologeria.

Grafologia, del Prof. C. Lombroso, con 470 fac-simili, di pag. V-245. . . . . 3 50

Grammatica albanese con le poesie rare di Variboba, del Prof. V. Librandi, di pag. XVI-200. 3 —

Grammatica Arabo parlato in Egitto — *vedi* Arabo.

Grammatica araldica. — *vedi* Araldica — Vocabolario arald.

Grammatica ed esercizi pratici della lingua danese-norvegiana con un supplemento contenente le principali espressioni tecnico-nautiche ad uso degli ufficiali di marina che frequentano il mare del nord e gli stretti del Baltico, per cura del Prof. G. Frisoni, di pag. XX-488 . . . . . 4 50

— *vedi anche* Letteratura Norvegiana.

Grammatica ed esercizi pratici della lingua ebraica, del Prof. I. Levi fu Isacco, di pag. 192 . 1 50

Grammatica francese, del Prof. G. Prat, seconda edizione riveduta, di pag. XII-296 . . . . . 1 50

— *vedi anche* Esercizi di traduzione — Fraseologia — Letteratura.

Grammatica e dizionario della lingua del Galla (oromonica), del Prof. E. Viterbo.

Vol I. Galla-Italiano, di pag. VIII-152 . . . . . 2 50

Vol. II. Italiano-Galla, di pag. LXIV-106. . . . . 2 50

— *vedi anche* Arabo parlato — Lingue d'Afr. — Tigrè.

Grammatica Gotica. — *vedi* Lingua gotica.

Grammatica greca. (Nozioni elementari di lingua greca), del Prof. Inama, 2ª edizione di pag. XVI-208. 1 50

— *vedi anche* Dialetti lett. greci — Esercizi — Letteratura greca — Morfologia greca — Verbi greci.

Grammatica della lingua greca moderna, del Prof. R. Lovera, di pag. VI-154 . . . . . 1 50

Grammatica inglese, del Prof. L. Pavia, di p. XII-260. 1 50

— *vedi anche* Letteratura inglese.

Grammatica italiana, del Prof. T. Concari, 2ª edizione, riveduta, di pag. XVI-230 . . . . . 1 50

— *vedi anche* Fonologia italiana — Rettorica — Ritmica — Stilistica.

Grammatica latina, del Prof. L. Valmaggi, 2ª edizione di pag. VIII-256. . . . . 1 50

— *vedi anche* Esercizi latini — Fonologia latina — Letteratura romana — Verbi latini.

L. c.

Grammatica della lingua olandese, di M. Morgana, di pag. VIII-224. . . . . 3 —

Grammatica ed esercizi pratici della lingua portoghese-brasiliana, del Prof. G. Frisoni, di pag. XII-276 . . . . . 3 —

— *vedi anche* Letteratura portoghese.

Grammatica e vocabolario della lingua rumena, del Prof. R. Lovera, di pag. VIII-200 . . . . 1 50

Grammatica russa, del Prof. Voinovich, di pag. X-272. 3 —

— *vedi anche* Vocabolario russo.

Grammatica sanscrita. — *vedi* Sanscrito.

Grammatica spagnuola, del Prof. Pavia, p. XII-194. 1 50

— *vedi anche* Letteratura spagnuola.

Grammatica della lingua svedese, del Prof. E. Pàroli, di pag. XV-293 . . . . . 3 —

Grammatica tedesca, del Prof. L. Pavia, p. XVIII-254. 1 50

— *vedi anche* Dizionario tedesco — Esercizi di traduzione — Letteratura — Traduttore tedesco.

Grammatica Tigrè. — *vedi* Tigrè-Italiano.

Grammatica turca osmanli, con paradigmi, crestomazia e glossario, del Prof. L. Bonelli, di pag. VIII-200 e 5 tavole . . . . . 3 —

Granturco. — *vedi* Frum. e mais — Industria dei molini.

Gravitazione. Spiegazione elementare delle principali perturbazioni nel sistema solare di Sir G. B. Airy, trad. di F. Porro, con 50 incisioni, di pag. XXII-176. 1 50

— *vedi anche* Astronomia.

Grecia antica. — *vedi* Archeologia (*Parte I*) — Mitologia greca — Monete greche — Storia antica.

Greco. — *vedi* Lingua greca.

Humus (L'), la fertilità e l'igiene dei terreni culturali, del Prof. A. Casali, di pag. XVI-220 . . 2 —

— *vedi anche* Chimica agraria — Concimi.

Idraulica, del Prof. Ing. T. Perdoni, di pag. XXVIII-392, con 301 figure e 3 tavole 6 50

Idroterapia di G. Gibelli, di p. IV-238, con 30 inc. 2 —

— *vedi anche* Acque miner. e termali del Regno d'Italia.

Igiene. — *vedi* Chimica applicata — Fognatura cittadina — Fognatura domestica — Immunità — Infezione, disinfezione e disinfettanti — Ingegneria legale — Medicatura antisettica — Ricettario domest. — Terapia malattie infanzia — Tisici e sanatori — Zoonosi.

Igiene del lavoro, di Trambusti A. e Sanarelli, di pagine VIII-362, con 70 incisioni 2 50

Igiene della pelle, di A. Bellini, p. XVI-240, 7 inci. 2 —

Igiene privata e medicina popolare ad uso delle famiglie, di C. Bock, 2ª edizione italiana curata dal Dott. Giov. Galli, di pag. XVI-272 . . . . . 2 50

Igiene rurale, di A. Carraroli, di pagine X-470. 3 —

L. c.

Igiene scolastica, di A. Repossi, 2ª ediz., di p. IV-246. 2 —

Igiene veterinaria, del Dott. U. Barpi, di p. VIII-228. 2 —
— *vedi anche* Bestiame — Cane — Cavallo — Immunità e resistenza — Majale — Zootecnia — Zoonosi.

Igiene della vista sotto il rispetto scolastico, del Dott. A. Lomonaco, di pag. XII-272 . . . . . 2 50

Igiene della vita pubblica e privata, del Dott. G. Faralli, di pag. XII-250 . . . . . 2 50

Igroscopi, igrometri, umidità atmosferica, del Prof. P. Cantoni, di pag. XII-146, con 24 inc. e 7 tab. 1 50
— *vedi anche* Climatologia — Meteorologia.

Illuminazione. — *vedi* Acetilene — Gaz illum. — Incandesc.

Illuminazione elettrica (Impianti di), Manuale pratico dell'Ing. E. Piazzoli, 4ª ediz. interamente rifatta, seguita da un'appendice contenente la legislazione Italiana relativa agli impianti elettrici e le prescrizioni di sicurezza del Verband Deutscher Elektrotecniker, di p. XX-582, con 261 inc. 113 tabelle e 2 tav. 6 50
— *vedi anche* Elettricista — Elettricità.

Imbalsamatore. — *vedi* Naturalista preparatore — Naturalista viaggiatore — Zoologia.

Imenotteri, Neurotteri, Pseudoneurotteri, Ortotteri e Rincoti italiani, del Dott. A. Griffini (Entomologia IV), p. XVI-687, con 243 inc. (vol. trip.). 4 50
— *vedi anche* Animali parassiti — Coleotteri — Ditteri — Insetti utili — Insetti nocivi — Lepidotteri.

Immunità e resistenza alle malattie, di B. Galli Valerio, di pag. VIII-218 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Igiene veterinaria — Zootecnia — Zoonosi.

Impiego ipodermico e la dosatura dei rimedi. Man. di terapeutica del Dott. G. Malacrida, di p. 305. 3 —

Imposte dirette (Riscossione delle), dell'Avv. E. Bruni, di pag. VIII-158 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Esattore comunale — Catasto — Proprietario di case — Ipoteche — Ricchezza mobile.

Incandescenza a gaz. (Fabbricaz. delle reticelle) di Castellani L., di pag. X-140, con 33 incisioni . . . 2 —

Inchiostri. — *vedi* Ricettario industriale — Vernici, ecc.

Incisioni. — *vedi* Amatore d'oggetti d'arte e di curiosità.

Indaco. — *vedi* Prodotti agricoli.

Indovinelli. — *vedi* Enigmatica.

Industria della carta, dell'Ing. L. Sartori, di pag. VII-326, con 106 incisioni e 1 tavola 5 50

Industria (L') **dei molini e la macinazione del frumento,** di C. Siber-Millot di pag. XX-259, con 103 incisioni nel testo e 3 tavole . . . . . 5 —
— *vedi anche* Frumento — Panificazione.

Industria del gaz. — *vedi* Gaz illuminante — Incandesc.

L. c.

Industria (L') **saponiera,** con alcuni cenni sull'industria della soda e della potassa. Materia prima e fabbricazione in generale. Guida pratica dell'Ingegnere E. MARAZZA, di pag. VII-410, con 111 fig. e molte tab. 6 —
— *vedi anche* Profumiere.

Industria della seta, del Prof. L. GABBA, 2ª edizione, di pag. IV-208 . . . . . 2 —
— *v. anche* Bachi da seta — Gelsicolt. — Tintura d. seta.

Industria (L') **stearica.** Manuale pratico dell'Ing. E. MARAZZA, di p. XI-283, con 76 inc. e con molte tab. 5 —

Industria dello zucchero:

I. *Coltivazione della barbabietola da zucchero*, dell'Ing. B. R. DEBARBIERI, di pag. XVI-220, con 18 inc. 2 50

II. *Commercio, importanza economica e legislazione doganale*, di L. FONTANA-RUSSO, di pag. XII-244. 2 50

III. *Fabbricazione dello zucchero.* (In lavoro).

Industrie (Piccole). Scuole e Musei industriali — Industrie agricole e rurali — Industrie manifatturiere ed artistiche, dell'Ing. I. GHERSI, 2ª edizione completamente rifatta del Manuale delle *Piccole industrie* del Prof. A. ERRERA, di pag. XII-372 . . . . . 3 50

Infermiere. — *vedi* Assistenza degli infermi — Soccorsi d'urgenza — Tisici e sanatorii.

Infanzia. — *vedi* Terapia delle malattie dell'. — Giardino infantile — Nutrizione— Ortofrenia — Sordomuto.

Infezione, disinfezione e disinfettanti, del Dott. Prof. P. E. ALESSANDRI, di pag. VIII-190, con 7 inc. 2 —

Infortunii sul lavoro. — Vedi *Legge sugli.*

Infortunii della montagna (Gli). Manuale pratico ad uso degli Alpinisti, delle Guide e dei portatori, del Dott. O. BERNHARD, traduz. con aggiunte del Dott. R. CURTI, di pag. XVIII-60, con 55 tav. e 175 fig. dimostr. 3 50

Ingegnere agronomo. — *v.* Agron. — Prontuario dell'agric.

Ingegnere civile. Manuale dell'Ingegnere civile e industriale, del Prof. G. COLOMBO, 17ª ediz. modificata e aumentata (43°, 44° e 45° migliaio) con 212 figure di pag. XIV-416. . . . . 5 50

Il medesimo tradotto in francese da P. MARCILLAC. 5 50
— *vedi anche* Architettura — Calci e cementi — Costruzioni — Cubatura di legnami — Disegno — Fabbricati civili — Fognatura — Lavori in terra — Momenti resistenti — Peso dei metalli — Regolo calcolatore — Resistenza dei materiali.

Ingegnere navale. Prontuario di A. CIGNONI, di pag. XXXII-292, con 36 figure. Legato in pelle . . . 5 50
— *vedi anche* Attrezzatura — Canottaggio — Costruttore navale — Filonauta — Macchinista navale — Marine da guerra — Marino — Montatore di macchine.

L. c.

Ingegneria legale per tecnici e giuristi (Manuale di), dell'Avv. A. Lion. Commento ed illustraz. con la più recente giurisprudenza: Responsabilità - Perizia - Servitù - Piani regolatori e di ampliamento - Legge di sanità - Regolamenti d'igiene ed edilizii - Espropriazione - Miniere - Foreste - Catasto - Privativa industriale - Acque - Strade - Ferrovie - Tramvay - Bonifiche - Telefoni - Appalti - Riparazioni - Cimiteri - Derivazioni di acque pubbliche - Monumenti d'arte e d'antichità, ecc., di pag. VIII-552 . . . . . 5 50

Insetti. — *vedi* Animali parassiti — Apicoltura — Bachi — Coleotteri — Ditteri — Imenotteri — Lepidotteri.

Insetti nocivi, del Prof. F. Franceschini, di pagine VIII-264, con 96 incisioni. . . . . 2 —

Insetti utili, del Prof. F. Franceschini, di pag. XII-160, con 43 incisioni e 1 tavola . . . . . 2 —

Interesse e sconto, del Prof. E. Gagliardi, 2ª ediz. rifatta ed aumentata, di pagine VIII-198 . . . . . 2 —
— *vedi anche* Prontuario di valutazioni.

Inumazioni. — *vedi* Morte vera.

Invertebrati. — *vedi* Coleotteri — Ditteri — Insetti — Lepidotteri — Zoologia.

Ipnotismo. — *vedi* Magnetismo — Spiritismo — Telepatia.

Ipoteche (Man. per le), di A. Rabbeno, di pag. XVI-247 1 50
— *vedi anche* Catasto — Imposte dirette — Proprietario di case — Ricchezza mobile.

Ittiologia Italiana, del Dott. A. Griffini, con molte incisioni. (In lavoro).

Lacche. — *vedi* Vernici, ecc.

Latino. — *vedi* Lingua latina

Latte, burro e cacio. Chimica analitica applicata al caseificio, del Prof. Sartori, di pag. X-162, con 24 inc. 2 —
— *vedi anche* Caseificio.

Lavori femminili. — *vedi* Confezione d'abiti per signora e l'arte del taglio — Disegno, taglio e confezioni di biancheria — Macchine da cucire e da ricamare — Monogrammi — Ornatista — Piccole industrie.

Lavori pubblici. — *vedi* Leggi sui lavori pubblici.

Lavori in terra (Manuale di), dell'Ing. B. Leoni, di pag. XI-305, con 38 incisioni . . . . . 3 —

Lawn-Tennis, di V. Baddeley, prima traduzione italiana con note e aggiunte del traduttore, di pagine XXX-206, con 13 illustrazioni 2 50
— *vedi anche* Ballo — Ginnastica — Giuochi ginnastici — Pugilato — Scherma.

Legge (La nuova) **comunale e provinciale,** annotata dall'Avv. E. Mazzoccolo, 4ª ediz., con l'aggiunta di due regolamenti e di due indici. (In lavoro).

L. c.

Legge comunale (Appendice alla) **del 22 e 23 luglio 1894,** dell'Avv. E. Mazzoccolo. di p. VIII-256. 2 —

Legge sui lavori pubblici e regolamenti, di L. Franchi, di pag. IV-110-CXLVIII 1 50

Legge sull'ordinamento giudiziario, dell'avv. L. Franchi, di pag. IV-92-CXXVI 1 50

Leggi per gli infortunii sul lavoro, dell'avvocato A. Salvatore, di pag. 312 . . . . . 3 —

Leggi sulla proprietà letteraria, di L. Franchi. (In lavoro).

Leggi sulla sanità e sicurezza pubblica, di L. Franchi, di pag. IV-108-XCII 1 50
— *vedi anche* Ingegneria legale.

Leggi sulle Tasse di Registro e Bollo, con appendice, del Prof. L. Franchi, di pag. IV-124-CII . . . 1 50

Leggi usuali d'Italia. — *vedi* Codici e leggi.

Leghe metalliche ed amalgame, alluminio, nichelio, metalli preziosi e imitazioni, bronzo, ottone, monete e medaglie, saldature, dell'Ing. I. Ghersi, di pag. XVI-431, con 15 incisioni . . . . . 4 —

Legislazione mortuaria. — *vedi* Morte.

Legislazione rurale, secondo il progr. governativo per gli Istituti Tecnici. dell'Avv. E. Bruni. di pag. XI-423. 3 —

Legnami. — *vedi* Cubatura dei legnami — Falegname.

Lepidotteri italiani, del Dott. A. Griffini (Entomologia II), di pag. XIII-248, con 149 incisioni . . . 1 50
— *vedi anche* Animali parassiti — Coleotteri — Ditteri — Imenotteri — Insetti.

Letteratura albanese (Manuale di), del Prof. A. Stratico, di pag. XXIV-280 . . . . . 3 —

Letteratura americana, di G. Strafforello, p. 158. 1 50

Letteratura assira, del Dott. B. Teloni. (In lav.).

Letteratura danese. — *vedi* Letteratura norvegiana.

Letteratura drammatica, di C. Levi di pag. XII-339 3 —

Letteratura ebraica, di A. Revel, 2 vol., di p. 364. 3 —

Letteratura egiziana, di L. Brigiuti. (In lavoro).

Letteratura francese, del Prof. E. Marcillac, traduzione di A. Paganini. 3ª ediz., di pag. VIII-198. 1 50
— *vedi anche* Grammatica francese — Esercizi per la grammatica francese.

Letteratura greca, di V. Inama, 12ª edizi., migliorata (dal 45° al 50° migl.) di pag. VIII-232 e una tavola . 1 50
— *vedi anche* Dialetti letterari greci — Esercizi greci — Filologia classica — Florilegio greco — Glotto- — logia — Grammatica greca — Morfologia greca — Verbi greci.

Letteratura indiana, A. De Gubernatis, p. VIII-159 1 50

Letteratura inglese. di E. Solazzi, 2ª ed., p. VIII-194 1 50
— *vedi anche* Grammatica inglese.

L. c.

Letteratura italiana, del Prof. C. Fenini, 5ª edizione, rifatta dal Prof. V. Ferrari, di p. XVI-292 . 1 50
— *vedi anche* Fonologia italiana — Morfologia italiana.

Letteratura latina. — *vedi* Esercizi latini — Filologia classica — Fonologia latina — Grammatica latina — Letteratura romana — Verbi latini.

Letteratura norvegiana, del Prof. S. Consoli, di pag. XVI-272 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Grammatica Danese-Norvegiana.

Letteratura persiana, del Prof. I. Pizzi, di pagine X-208 . . . . . 1 50

Letteratura provenzale, del Prof. A. Restori, di pag. X-220 . . . . . 1 50

Letteratura romana, del Prof. F. Ramorino, 5ª ediz. riveduta (dal 17° al 22° migliaio), di pag. VIII-344. . 1 50

Letteratura spagnuola e portoghese. del Prof. L. Cappelletti, 2ª ediz. rifatta dal Prof. E. Gorra. (In lavoro).
— *vedi anche* Gramm. spagnuola — Gramm. portoghese.

Letteratura tedesca, del Prof. O. Lange, 3ª ediz. rifatta dal Prof. Minutti, di pag. XVI-188 . . . . 1 50
— *vedi anche* Dizionario tedesco — Esercizi tedeschi — Grammatica tedesca — Traduttore tedesco.

Letteratura ungherese, del Dott. Zigany Arpàd, di pag. XII-295 . . . . . 1 50

Letterature slave, del Prof. D. Ciàmpoli, 2 volumi:
I. Bulgari, Serbo-Croati, Yugo-Russi, di pag. IV-144. 1 50
II. Russi. Polacchi. Boemi, di pag. IV-142 . . . . 1 50

Lexicon Abbreviaturarum quae in lapidibus, codicibus et chartis praesertim Medii-Aevi occurrunt.
— *vedi* Dizionario di abbreviature.

Libri e biblioteconomia. — *vedi* Bibliografia — Bibliotecario — Dizionario bibliografico — Dizionario di abbreviature latine — Epigrafia latina — Paleografia — Raccoglitore d'autografi — Tipografia.

Limoni. — *vedi* Agrumi.

Lingua araba. — *vedi* Arabo parlato — Dizionario eritreo — Grammatica Galla — Lingue dell'Africa — Tigrè.

Lingua gotica, grammatica, esercizi, testi, vocabolario comparato con ispecial riguardo al tedesco, inglese, latino e greco, del Prof. S. Friedmann, di pag. XVI-333. 3 —

Lingua greca. — *vedi* Esercizi — Filologia — Florilegio — Grammatica — Letteratura — Morfologia — Dialetti — Verbi.

Lingue dell'Africa, di R. Cust, versione italiana del Prof. A. De Gubernatis, di pag. IV-110. . . . 1 50

Lingua latina. — *vedi* Dizionario di abbreviature latine — Epigrafia — Esercizi — Filologia classica — Fo-

L. c

nolog. — Grammat. — Letterat. — Metrica — Verbi.

Lingue germaniche. — *vedi* Grammatica danese-norvegiana, inglese, olandese, tedesca, svedese.

Lingua Turca Osmanli. — *vedi* Grammatica.

Lingue neo-latine, del Dott. E. Gorra, di pag. 147. 1 50
— *vedi anche* Filologia classica — Glottologia — Gram. portoghese, spagnuola, rumena, italiana, francese.

Lingue straniere (Studio delle), di C. Marcel, ossia l'Arte di pensare in una lingua straniera, traduzione del Prof. Damiani, di pag. xvi-136 . . . . . 1 50

Liquorista, di A. Rossi, con 1270 ricette pratiche. Materiale, Materie prime, Manipolazioni, Tinture, Essenze naturali ed artificiali, Fabbricazione dei liquori per macerazione, digestione, distillazione, con essenze, tinture, ecc., Liquori speciali, Vini aromatizzati, di pag. xxxii-560, con 19 incisioni nel testo . . . . . 5 —
— *vedi anche* Alcool — Cognac.

Litografia, di C. Doyen, di pag. viii-261, con 8 tavole e 40 figure di attrezzi, ecc., occorrenti al litografo. . 4 —
— *vedi anche* Arti grafiche — Fotografia — Processi fotomeccanici.

Liuto. — *vedi* Chitarra — Mandolinista — Str. ad arco.

Logaritmi (Tavole di), con 5 decimali, di O. Müller, 6ª ediz., aumentata delle tavole dei logaritmi d'addizione e sottrazione per cura di M. Raina, di pag. xxxvi-191. 1 50

Logica, di W. Stanley Jevons, traduz. del Prof. C. Cantoni, 4ª ediz., di pag. viii-154, e 16 incisioni . . 1 50

Logica matematica, del Prof. C. Burali-Forti, di pag. vi-158 . . . . . 1 50

Logismografia, di C. Chiesa, 3ª ediz., di pag. xiv-172. 1 50
— *vedi anche* Computisteria — Contabilità —Ragioneria.

Logografi. — *vedi* Enimmistica.

Lotta. — *vedi* Pugilato.

Luce e colori, del Prof. G. Bellotti, di pag. x-157, con 24 incisioni e 1 tavola 1 50
— *vedi anche* Colori e la pittura.

Luce e suono, di E. Jones, traduzione di U. Fornari, di pag. viii-336, con 121 incisioni . . . . . 3 —

Macchine. — *vedi* Costruttore macchine a vapore — Disegnatore meccanico — Disegno industr. — Doveri del macchinista — Il meccanico — Ingegnere civile — Ingegnere navale — Leghe metalliche — Macchinista e fuochista — Macchinista navale — Meccanica — Meccanismi (500) — Modellatore meccan. — Montatore (Il) di macchine —Operaio — Tornitore mecc.

L. c.

Macchine agricole, del conte A. Cencelli-Perti, di pag. VIII-216, con 68 incisioni . . . . . 2 —

Macchine per cucire e ricamare, dell'Ing. Alfredo Galassini, di pag. VII-230, con 100 incisioni . 2 50

Macchinista e fuochista, del Prof. G. Gautero, 8ª ediz.con Appendice sulle Locomobili e le Locomotive e col Regolamento sulle Caldaie a vapore, dell'Ing. L. Loria, di pag. XX-194, con 34 incis. . . . . 2 —

Macchinista navale (Manuale del), di M. Lignarolo, 2ª edizione ritatta, di pag. XXIV-602, con 344 incisioni. 7 50

— *vedi anche* Costruttore navale — Doveri del macchin. nav. — Ingegn. nav. — Montatore di macchine.

Macinazione. — *vedi* Industria dei molini — Panificazione.

Magnetismo ed elettricità, del Dott. G. Polони, 3ª ediz. curata dal Prof. F. Grassi. (in lavoro).

Magnetismo ed ipnotismo, del Prof. G. Belfiore, di pag. VIII-337 . . . . . 3 50

— *vedi anche* Spiritismo — Telepatia.

Maiale (Il). Razze, metodi di riproduzione, di allevamento, ingrassamento, commercio, salumeria, patologia suina e terapeutica, tecnica operatoria, tossicologia, dizionario suino-tecnico, del Prof. E. Marchi, 2ª ediz., di pag. XX-736, con 190 incisioni e una Carta . . . 6 50

Majoliche. — *vedi* Amatore — Ricettario domestico.

Mais. — *vedi* Frumento e mais — Industria dei molini — Panificazione.

Malattie. — *vedi* Animali parassiti — Assistenza infermi — Igiene — Immunità — Zoonosi.

Malattie crittogamiche delle piante erbacee coltivate, del Dott. R. Wolf, traduz. con note ed aggiunte del Dott. P. Baccarini, di pag. X-268, con 50 inc. 2 —

Malattie ed alterazioni dei vini, del Prof. S. Cettolini, di pag. XI-138. con 13 incisioni . . . . . 2 —

Malattie mentali. — *vedi* Assist. dei pazzi — Psichiatria.

Mammiferi. — *vedi* Zoologia.

Mandarini. — *vedi* Agrumi.

Mandato commerciale, di E. Vidari, di pag. VI-160. 1 50

Mandolinista (Manuale del), di A. Pisani, di pagine XX-140, con 13 figure, 3 tavole e 39 esempi . . 2 —

— *vedi* anche Chitarra.

Manicomio. — *vedi* Psichiatria.

Manzoni Alessandro. Cenni biografici, di L. Beltrami, di pag. 196. con 9 autografi e 68 incisioni . . 1 50

Marche di Fabbrica — *vedi* Leggi sulla proprietà.

Mare (Il), del Prof. V. Bellio, di pag. IV-140, con 6 tavole litografate a colori 1 50

— *vedi anche* Atlante — Geografia.

L. c.

Marina. — *vedi* Attrezzatura — Canottaggio — Codice — — Costruttore navale — Doveri del macchinista — — Filonauta — Ingegnere navale — Macchinista navale — Marine da guerra — Marino.

Marine (Le) **da guerra del mondo al 1897,** di L. D'Adda, di pag. XVI-320, con 77 illustrazioni . . 4 50

Marino (Manuale del) **militare e mercantile,** del Contr'ammiraglio De Amezaga, con 18 xilografie, 2ª edizione, con appendice di Bucci di Santafiora. 5 —

Marmista (Manuale del), di A. Ricci. 2ª edizione, di pag. XII-154, con 47 incisioni . . . . . 2 —

Mastici. — *vedi* Ricettario industriale — Vernici, ecc.

Matematica elementare. — *vedi* Economia matematica — Formulario di matematica elementare.

Matematiche superiori. — *vedi* Calcolo — Economia matematica — Funzioni ellittiche — Repertorio di matematiche superiori.

Materia medica moderna (Manuale di), del Dott. G. Malacrida, di pag. XI-761 . . . . . 7 50

— *vedi anche* Farmacista — Impiego ipodermico.

Meccanica, del Prof. R. Stawell Ball, traduz. del Prof. J. Benetti, 3ª ediz., di pag. XVI-214, con 89 inc. 1 50

— *vedi anche* Automobilista — Costruttore — Dinamica — Disegnatore meccanico — Disegno industriale — Macchinista e fuochista — Macchinista navale — Macchine agricole — Macchine da cucire e ricamare — Meccanismi (500) — Modellatore meccanico — Montatore (Il) di macchine — Operaio — Orologeria — Tornitore meccanico.

Meccanico (Il), ad uso dei macchinisti, capi tecnici, elettricisti, disegnatori, assistenti, capi operai, conduttori di caldaie a vapore, alunni di scuole industriali, di E. Giorli. 3ª edizione ampliata di p. VII-370, con 205 incisioni . . . . . 3 —

Meccanismi (500), scelti fra i più importanti e recenti riferentisi alla dinamica, idraulica, idrostatica, pneumatica, macchine a vapore, molini, torchi, orologerie ed altre diverse macchine, da H. T. Brown, traduzione dall'Ing. F. Cerruti, 3ª edizione italiana, di pag. VI-176, con 500 incisioni nel testo 2 50

Medaglie. — *vedi* Leghe metalliche — Monete greche — Monete romane — Numismatica — Vocabolarietto pei numismatici.

L. c.

Medicatura antisettica, del Dott. A. Zambler, con prefaz. del Prof. E. Triconi, di pag. XVI-124, con 6 inc. 1 50
— *vedi anche* Farmacista — Impiego ipodermico — Materia medica.

Medicina operativa, del D.r R. Stecchi. (In lav.).

Medicina popolare. — *vedi* Assistenza infermi — Igiene — Infortuni della montagna — Ricettario domestico — Soccorsi urgenza — Terapia malattie infanzia.

Medio evo. — *vedi* Storia.

Memoria (L'arte della). — *vedi* Arte.

Mercedi. — *vedi* Paga giornaliera.

Merciologia, ad uso delle scuole e degli agenti di commercio, di O. Luxardo, di pag. XII-452 . . . . 4 —
— *vedi anche* Industrie (diverse) — Olii — Piante industriali — Piante tessili.

Meridiane. — *vedi* Gnomonica.

Metalli preziosi (oro, argento, platino, estrazione, fusione, assaggi, usi), di G. Gorini, 2ª edizione di pagine II-196, con 9 incisioni. . . . . 2 —
— *vedi anche* Leghe metalliche — Oreficeria — Saggiatore.

Metallizzazione. — *vedi* Galvanoplastica — Galvanostegia.

Metallocromia. Colorazione e decorazione chimica ed elettrica dei metalli, bronzatura, ossidazione, preservazione e pulitura, dell'Ing. I. Ghersi, di p. VIII-192. 2 50

Metallurgia. — *vedi* Alluminio — Fonditore — Galvanoplastica — Gioielleria — Leghe metalliche — Saggiatore — Siderurgia — Tempera e cementazione — Tornitore.

Meteorologia generale, del Dott. L. De Marchi, di pag. VI-156, con 8 tavole colorate 1 50
— *vedi anche* Climatologia — Fulmini e parafulmini — Geografia fisica — Igroscopi e igrometri.

Metodi facili per risolvere i problemi di geometria elementare, dell'Ing. J. Ghersi, con circa 200 problemi risolti e 126 incis., di pag. XII-190. 1 50

Metrica dei greci e dei romani, di L. Müller, 2ª edizione italiana confrontata colla 2ª tedesca ed annotata dal Dott. Giuseppe Clerico, di pag. XVI-176. 1 50

Metrica italiana. — *vedi* Ritmica e metrica italiana.

Metrologia Universale ed il **Codice Metrico Internazionale,** coll'indice alfabetico di tutti i pesi misure, monete, ecc. dell'Ing. A. Tacchini, p. XX-482. 6 50
— *vedi anche* Codice del perito misuratore — Statica degli strumenti metrici — Tecnologia monetaria.

L. c.

Mezzeria (Manuale pratico della) e dei varî sistemi della colonia parziaria in Italia, del Prof. Avv. A. Rabbeno, di pag. VIII-196 . . . . . 1 50

Micologia. — *vedi* Funghi mangerecci — Malattie crittogamiche — Tartufi e funghi.

Microscopia. — *vedi* Anatomia microscopica — Animali parassiti — Bacologia — Batteriologia — Protistologia — Tecnica protistologica.

Microscopio (Il), Guida elementare alle osservazioni di Microscopia, del Prof. Camillo Acqua, di pagine XII-226, con 81 incisioni 1 50

Militaria. — *vedi* Armi antiche — Codice cavalleresco — Duellante — Esplodenti — Marine da guerra — Marino — Scherma — Storia arte militare — Telemetria — Ufficiale (Manuale dell').

Mineralogia. — *vedi* Arte mineraria — Cristallografia — Marmista — Metalli preziosi — Oreficeria — Pietre preziose — Siderurgia.

Mineralogia generale, del Prof. L. Bombicci, 2ª ediz. riveduta, di pag. XVI-190, con 183 inc. e 3 tav. cromolitografiche 1 50

Mineralogia descrittiva, del Prof. L. Bombicci, 2ª ediz. di pag. IV-300, con 119 incis. . . . . 3 —

Miniere. — *vedi* Arte mineraria — Ingegneria legale.

Misura delle botti. — *vedi* Enologia.

Misure. — *vedi* Codice del Perito Misuratore — Metrologia.

Misure e pesi inglesi, dell'Ing. Ghersi. (In lav.).

Mitilicoltura. — *vedi* Ostricoltura — Piscicoltura.

Mitologia comparata, del Prof. A. De Gubernatis, 2ª ediz. di pag. VIII-150. (Esaurito).

Mitologia greca, di A. Foresti:

Volume I. *Divinità,* di pag. VIII-264 . . . . . 1 50

Volume II. *Eroi*, di pag. 188. . . . . 1 50

Mitologie orientali, di D. Bassi:

Volume I. *Mitologia babilonese-assira*, di p. XVI-219. 1 50

Volume II. *Mitologia egiziana e fenicia.* (In lavoro).

Mnemotecnia. — *vedi* Arte della memoria.

Mobili artistici. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità.

Moda. — *vedi* Confezioni d'abiti — Disegno, taglio e confezione biancheria — Fiori artificiali.

Modellatore meccanico, falegname ed ebanista, del Prof. G. Mina, di p. XVII-428, 293 inc. e 1 tav. 5 50

Molini. — *vedi* Industria dei.

Momenti resistenti e pesi di travi metalliche

L. c.

composte. Prontuario ad uso degli ingegneri, architetti e costruttori, con 10 figure ed una tabella per la chiodatura, dell'Ing. E. SCHENCK, di pag. XI-188 . 3 50

Monete greche, di S. AMBROSOLI, di pag. XIV-286, con 200 fotoincisioni e 2 carte geografiche. . . . . 3 —

Monete romane. Manuale elementare compilato da F. GNECCHI. 2ª ediz. riveduta, corretta e ampliata di pag. XXVII-370 con 25 tavole e 90 figure nel testo . 3 —

— *vedi anche* Archeologia — Metrologia — Numismatica — Tecnologia monetaria — Vocabolarietto pei numismatici.

Monogrammi, del Prof. A. SEVERI, 73 tavole divise in tre serie, le prime due di 462 in due cifre e la terza di 116 in tre cifre. 3 50

— *vedi anche* Calligrafia — Ornatista.

Montagne. — *vedi* Alpi — Alpinismo — Arte mineraria — Dizionario alpino — Geografia — Geologia — Infortuni (della) — Prealpi — Siderurgia.

Montatore (Il) **di macchine.** Opera arricchita da oltre 250 esempi pratici e problemi risolti, di S. DINARO, di pag. XII-468. 4

Morale. — *vedi* — Filosofia morale.

Morfologia generale. — *vedi* Embriologia.

Morfologia greca, del Prof. V. BETTEI, di pag. XX-376. 3 —

Morfologia italiana, del Prof. E. GORRA, di p. VI-142. 1 50

Morte (La) **vera e la morte apparente,** con Appendice " *La legislazione mortuaria*, " del Dott. F. DELL'ACQUA, di pag. VIII-136 . . . . . 2 —

Mosti. — *vedi* Densità dei.

Muriatico. — *vedi* Acido.

Musei. — *vedi* Amatore oggetti d'arte e curiosità — Amatore maioliche e porcellane — Armi antiche — Pittura — Scoltura.

Musei industriali. — *vedi* Industrie (Piccole).

Musica. — *vedi* Armonia — Cantante — Chitarra — Mandolinista — Pianista — Storia della musica — Strumentaz. — Strumenti ad arco e musica da camera.

Mutuo soccorso. — *vedi* Società di mutuo soccorso.

Napoleone I°, di L. CAPPELLETTI, con 23 fotoincisioni di pag. XX-272 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Rivoluz. francese — Storia di Francia.

Naturalista preparatore (Il), del Dott. R. GESTRO, 3ª edizione riveduta ed aumentata del *Manuale dell'Imbalsamatore*, di pag. XVI-168, con 42 incisioni. . 2 —

Naturalista viaggiatore, dei Proff. A. ISSEL e R. GESTRO (Zoologia). di pag. VIII-144, con 38 incisioni . . 2 —

L. c.

Nautica. — *vedi* Astronomia — Attrezzatura navale — Canottaggio — Codici — Costruttore navale — Doveri del macchinista navale — Filonauta — Ingegnere navale — Macchinista navale — Marine da guerra — Marino — Nuotatore.

Neurotteri. — *vedi* Imenotteri, ecc.

Nichelatura. — *vedi* Galvanostegia — Leghe metalliche.

Nitrico. — *vedi* Acido.

Notaio (Man. del), aggiunte le Tasse di registro, di bollo ed ipotecarie, norme e moduli pel Debito pubblico, di A. Garetti, 3ª ediz. ampliata, di pag. xxxii-332 . . 3 50
— *vedi anche* Esattore — Testamenti.

Numeri. — *vedi* Teoria dei numeri.

Numismatica, del Dott. S. Ambrosoli, 2ª ediz. accresciuta, di pag. xv-250, con 120 fotoincisioni e 4 tavole. 1 50
— *vedi anche* Archeologia — Metrologia — Monete greche — Monete romane — Tecnologia monetaria — Vocabolarietto pei numismatici.

Nuotatore (Manuale del), del Prof. P. Abbo, di pagine xii-148, con 97 incisioni 2 50

Nutrizione del bambino. Allattamento naturale ed artificiale del dott. L. Colombo, di pag. xx-228, con 12 incisioni 2 50

Occultismo. — *vedi* Magnetismo e ipnotismo — Spiritismo — Telepatia.

Oculistica. — *vedi* Igiene della vista — Ottica.

Olii vegetali, animali e minerali, loro applicazioni, di G. Gorini, 2ª edizione, completamente rifatta dal Dott. G. Fabris, di pag. viii-214, con 7 incisioni, 2 —

Olivo ed olio. Coltivaz. dell'olivo, estrazione, purificazione e coservaz. dell'olio, del Prof. A. Aloi, 4ª ediz., di pag. xvi-361, con 45 incisioni . . . . . 3 —

Omero, di W. Gladstone, traduz. di R. Palumbo e C. Fiorilli, di pag. xii-196 . . . . . 1 50

Operaio (Manuale dell'). Raccolta di cognizioni utili ed indispensabili agli operai tornitori, fabbri, calderai, fonditori di metalli, bronzisti aggiustatori e meccanici di G. Belluomini, 4ª ediz. aumentata, di pag. xvi-240. 2 —

Operazioni doganali. — *vedi* Codice doganale — Trasporti e tariffe.

Oratoria. — *vedi* Arte del dire — Rettorica — Stilistica.

Ordinamento degli Stati liberi d'Europa, del Dott. F. Racioppi, di pag. viii-310 . . . . . 3 —

L. c.

Ordinamento degli Stati liberi fuori d'Europa, del Dott. F. Racioppi, di pag. VIII-376. . . . . 3 —

Ordinamento giudiziario. — Vedi *Leggi sull'.*

Oreficeria. — *vedi* Giojelleria — Leghe metalliche — Metalli preziosi — Saggiatore.

Organoterapia, di E. Rebuschini, di pag. VIII-432. 3 50

Oriente antico. — *cedi* Storia antica.

Ornatista (Manuale dell'), dell'Arch. A. Melani. Raccolta di iniziali miniate e incise, d'inquadrature di pagina, di fregi e finalini, esistenti in opere antiche di biblioteche, musei e collezioni private. XXIV tav. in colori per miniatori, calligrafi, pittori di insegne, ricamatori, incisori, disegnatori di caratteri, ecc., I^a serie. 4 — — *vedi anche* — Decorazioni.

Orologeria moderna, dell'Ing. Garuffa, di pagine VIII-302, con 276 incisioni . . . . . 5 — — *vedi anche* Gnomonica.

Orologi artistici. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte.

Orologi solari. — *cedi* Gnomonica.

Orticoltura, del Prof. D. Tamaro, 2^a edizione rifatta, di pagine XVI-576, con 110 incisioni 4 50

Ortocromatismo. — *vedi* Fotografia.

Ortofrenia (Manuale di) per l'educazione dei fanciulli frenastenici o deficienti (idioti, imbecilli, tardivi, ecc.), del Prof. P. Parise, di pag. XII-231 . . . . . 2 — — *vedi anche* Sordomuto.

Ortotteri. — *vedi* Imenotteri, ecc.

Ossidazione. — *vedi* Metallocromia.

Ostricoltura e mitilicoltura, del Dott. D. Carazzi, con 13 fototipie, di pag. VIII-202 . . . . . 2 50 — *vedi anche* Piscicoltura.

Ottica, di E. Gelcich, di p. XVI-576, con 216 inc. e 1 tav. 6 —

Ottone. — *cedi* Leghe metalliche.

Paga giornaliera (Prontuario della), **da cinquanta centesimi a lire cinque,** di C. Negrin, di pag. 222. 2 50

Paleoetnologia, del Prof. J. Regazzoni, di pag. XI-252, con 10 incisioni . . . . . 1 50 — *vedi anche* Geologia.

Paleografia, di E. M. Thompson, traduz. dall'inglese, con aggiunte e note del Prof. G. Fumagalli, 2^a edizione rifatta, di pag. XII-178, con 30 inc. e 6 tav. 2 — — *vedi anche* Dizionario di abbreviature — Epigrafia latina.

Panificazione razionale, di Pompilio, di pag. IV-126. 2 — — *vedi anche* Frumento — Industria dei molini.

L. c.

Parafulmini. — *vedi* Elettricità — Fulmini.
Parassiti. — *vedi* Animali parassiti.
Pascoli. — *vedi* Prato.
Pazzia. — *vedi* Psichiatra — Grafologia.
Pedagogia. — *vedi* Didattica — Estetica — Giardino infantile — Ginnastica femminile e maschile — Giuochi ginnast. — Igiene scolastica — Ortofrenia — Sordomuto.
Pediatria. — *vedi* Nutrizione del bambino.
Perizie d'arte. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte.
Pelle — *vedi* Igiene della.
Pelli. — *vedi* Concia delle pelli.
Pensioni. — *vedi* Società di mutuo soccorso.
Pepe. — *vedi* Prodotti agricoli.
Perito misuratore. — *vedi* Codice del perito misuratore.
Perizie. — *vedi* Ingegneria legale.
Pesci — *vedi* Ittiologia — Piscicoltura.
Pesi e misure. — *vedi* Metrologia universale — Misure e pesi inglesi — Strumenti metrici — Tecnologia e terminologia monetaria.
Peso dei metalli, ferri quadrati, rettangolari, cilindrici, a squadra, a U, a Y, a Z, a T e a doppio T, e delle lamiere e tubi di tutti i metalli, di G. Belluomini, di pag. xxiv-248 . . . 3 50
Pianeti. — *vedi* Astronomia — Cosmografia — Gravitazione — Spettroscopio.
Pianista (Manuale del), di L. Mastrigli, di pag. xvi-112. 2 —
Piante e fiori sulle finestre, sulle terrazze e nei cortili. Coltura e descrizione delle principali specie di varietà, di A. Pucci, 2ª ediz., di pag. viii-214, con 117 inc. 2 50
— *vedi anche* Botanica — Floricoltura — Frutta minori — Frutticolt. — Orticoltura — Ricettario domestico.
Piante industriali, coltivazione, raccolta e preparazione, di G. Gorini, nuova edizione, di pag. ii-144 . 2 —
Piante tessili. — *vedi* Coltivazione e industrie delle piante tessili.
Piccole industrie. — *vedi* Industrie.
Pietre preziose, classificazione, valore, arte del giojelliere, di G. Gorini, 2ª ed., di pag. 138, con 12 inc. 2 —
— *vedi anche* Giojelleria — Metalli preziosi.
Pirotecnia moderna, di F. Di Maio, con 111 incisioni, di pag. viii-150. . . . . 2 50
— *vedi anche* Esplodenti — Ricettario industriale — Ricettario domestico.
Piscicoltura (d'acqua dolce), del Dott. E. Bettoni, di pag. viii-318, con 85 incisioni . . . . . 3 —
— *vedi anche* Ittiologia — Ostricoltura — Piccole industrie — Zoologia.

L. c.

Pittura ad olio, acquarello e miniatura (Manuale per dilettante di), paesaggio, figura e fiori, di G. Ronchetti, di pag. XVI-230, con 29 incisioni e 24 Tavole in zincotipia e cromotitografia 3 50

Pittura italiana antica e moderna, dell'Arch. A. Melani, 2ª edizione completamente rifatta, di pag. XXX-430 con 23 incisioni intercalate e 137 tavole. 7 50

— *vedi anche* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità — Anatomia pittorica — Colori (Scienza dei) — Colori e vernici — Decorazione — Disegno — Luce e colori — Ornatista — Ricettario domestico — Ristauratore dei dipinti.

Poesia. — *vedi* Arte del dire — Dantologia — Florilegio poetico — Letteratura — Omero — Rettorica — Ritmica — Shakespeare — Stilistica.

Pollicoltura, del March. G. Trevisani, 4ª edizione, di pag. XVI-216, con 82 incisioni 2 50

— *v. anche* Abitaz. anim. — Anim. da cortile — Colombi.

Polveri piriche. — *vedi* Esplodenti — Pirotecnia.

Pomologia del prof. G. Molon. (In lavoro).

Pomologia artificiale, secondo il sistema Garnier-Valletti, del Prof. M. Del Lupo, pag. VI-132, e 44 inc. 2 —

Poponi. — *vedi* Frutta minori.

Porcellane. — *vedi* Amatore — Ricettario domestico.

Porco (Allevamento del). — *vedi* Maiale.

Posologia. — *vedi* Impiego ipodermico e dosatura.

Prato (Il), del Prof. G. Cantoni, di pag. 146, con 13 inc. 2 —

Prealpi bergamasche (Guida-itinerario alle), compresa la Valsassina ed i passi alla Valtellina ed alla Valcamonica, colla prefazione di A. Stoppani, e cenni geologici di A. Taramelli 3ª ediz. rifatta per cura della Sezione di Bergamo del C. A. I., con 15 tavole, due carte topograf., ed una carta e profilo geologico. Un vol. di p. 290 e un vol. colle carte topograf. . . 6 50

— *vedi anche* Alpi — Alpinismo — Dizionario alpino — Infortuni della montagna

Pregiudizi. — *vedi* Errori e pregiudizi.

Previdenza. — *v.* Assicuraz. — Cooperaz. — Società di M. S.

Privative. — *vedi* Ingegneria legale.

Problemi di Geometria elementare dell'ing. I. Ghersi, (Metodi facili per risolverli), con circa 200 problemi risolti, e 129 incisioni, di pag. XII-190. . . L. 1 50

Procedura civile e procedura penale. — *vedi* Codice.

Procedura privilegiata fiscale per la riscossione delle imposte dirette. — *vedi* Esattore.

Processi fotomeccanici (I moderni). Fotocollografia, fototipografia, fotolitografia, fotocalcografia, fotomodellatura, tricromia, del Prof. R. Namias, di pag. VIII-316, con 53 figure, 41 illustrazioni e 9 tavole. 3 50

Prodotti chimici. — *vedi* Acido solforico.

L. c.

Prodotti agricoli del Tropico (Manuale pratico del piantatore), del cav. A. Gaslini. (Il caffè, la canna da zucchero, il pepe, il tabacco, il cacao, il té, il dattero, il cotone, il cocco, la coca, il baniano, il banano, l'aloé, l'indaco, il tamarindo, l'ananas, l'albero del chinino, la juta, il baobab, il papaia, l'albero del caoutchouc, la guttaperca, l'arancio, le perle). Di pag. XVI-270. . 2 —

Produzione e commercio del vino in Italia, di S. Mondini, di pag. VII-304 . . . . . 2 50

Profumiere (Manuale del), di A. Rossi. (In lavoro). — *vedi anche* Industria saponiera — Ricettario domestico — Ricettario industriale.

Proiezioni (Le). Materiale, Accessori, Vedute a movimento, Positive sul vetro, Proiezioni speciali policrome, stereoscopiche, panoramiche, didattiche, ecc., del Dott. L. Sassi, di pag. XVI-447, con 141 incisioni. 5 —

Proiezioni ortogonali. — *vedi* Disegno.

Prontuario dell'agricoltore (Manuale di agricoltura, economia, estimo e costruzioni rurali), del Prof. V. Niccoli, 2ª ediz. riveduta ed ampliata, p. XXVIII-464. 5 50 — *vedi anche* Agronomia — Agricoltura moderna.

Prontuario del ragioniere (Manuale di calcolazioni mercantili e bancarie), del Rag. E. Gagliardi, di pag. XII-603 . . . . . 6 50 — *vedi anche* Contabilità — Interesse e sconto — Ragioneria.

Prontuario di geografia e statistica, del Prof. G. Garollo, pag. 62 . . . . . 1 —

Prontuario per le paghe. — *vedi* Paghe.

Proprietà letteraria, artistica e industriale — *vedi* Leggi.

Proprietario di case e di opifici. Imposta sui fabbricati dell'Avv. G. Giordani, di pag. XX-264 . . 1 50 — *vedi anche* Ipoteche — Imposte dirette.

Prosodia — *vedi* Metrica dei greci e dei romani — Ritmica e metrica razionale italiana.

Prospettiva (Manuale di), dell'Ing. C. Claudi, di pagine 64, con 28 tavole . . . . . 2 —

Protistologia, del Prof. L. Maggi, 2ª edizione, di pag. XVI-278, con 93 incis. nel testo . . . . . 3 — — *vedi anche* Anatomia microscopica — Animali parassiti — Batteriologia — Microscopio — Tecnica protistologica.

Prototipi (I) internazionali del metro e del kilogramma ed il codice metrico internazionale. — *vedi* Metrologia.

Proverbi in 4 lingue. — *vedi* Dottrina popolare.

Proverbi (516) **sul cavallo,** raccolti ed annotati dal Colonnello Volpini, di pag. XIX-172 . . . . — *vedi anche* Cavallo — Dizionario termini delle corse.

L. c.

Pseudoneurotteri. — *vedi* Imenotteri, ecc.

Psichiatria. Confini, cause e fenomeni della pazzia. Concetto, classificazione, forme cliniche e diagnosi delle malattie mentali. Il manicomio, di J. Finzi, di p. VIII-222. 2 50
— *vedi anche* Assistenza dei pazzi.

Psicologia, del Prof. C. Cantoni, di p. VIII-168, 2ª ediz. 1 50
— *vedi anche* Estetica — Filosofia — Logica.

Psicologia fisiologica, del Dott. G. Mantovani, di pag. VIII-165, con 16 incisioni 1 50

Pugilato e lotta per la difesa personale, Box inglese e francese, di A. Cougnet, di pag. XXIV-198, con 104 incisioni 2 50

Raccoglitore d'autografi. — Vedi *Amatore.*

Raccoglitore di francobolli. — *vedi* Dizionario filatelico.

Raccoglitore di oggetti d'arte. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte — Amatore di maioliche e porcellane — Armi antiche.

Radiografia. — *vedi* Raggi Röntgen.

Ragioneria, del Prof. V. Gitti, 3ª edizione riveduta, di pag. VIII-137, con 2 tavole. 1 50
— *vedi anche* Contabilità — Interesse e sconto — Paga giornaliera — Prontuario del ragioniere.

Ragioneria delle Cooperative di consumo (Manuale di), del Rag. G. Rota, di pag. XV-408 . . . . . 3 —

Ragioneria industriale, del Prof. Rag. Oreste Bergamaschi, di p. VII-280 e molti moduli . . . . . 3 —

Ragioniere. — *vedi* Prontuario del.

Ramatura. — *vedi* Galvanostegia.

Razze umane. — *vedi* Antropologia.

Rebus. — *vedi* Enimmistica.

Reclami ferroviarii. — *vedi* Trasporti e tariffe.

Registro e Bollo. — *vedi* Leggi sulle tasse di.

Regolo calcolatore e sue applicazioni nelle operazioni topografiche, dell'Ing. G. Pozzi, di pag. XV-238 con 182 incisioni e 1 tavola 2 50

Religione. — *vedi* Bibbia — Buddismo — Diritto ecclesiastico — Mitologia.

Religioni e lingue dell'India inglese, di R. Cust, tradotte dal Prof. A. De Gubernatis, di p. IV-124. 1 50
— *vedi anche* Buddismo.

Repertorio di matematiche superiori. Definizioni, formole, teoremi, cenni bibliografici, del Prof. E. Pascal. Vol. I. *Analisi,* di pag. XVI-642. . . . 6 —
Vol. II. *Geometria,* e indice generale per i 2 volumi di pag. 950 . . . . . 9 50

L. c.

Resistenza dei materiali e stabilità delle costruzioni, di P. Gallizia, p. x-336, con 236 inc. e 2 tav. 5 50
— *vedi anche* Momenti resistenti.

Responsabilità. — *vedi* Ingegneria legale.

Rettili. — *vedi* Zoologia.

Rettorica, ad uso delle scuole, di F. Capello, p. vi-122. 1 50
— *vedi anche* Arte del dire — Stilistica.

Ribes. — *vedi* Frutta minori.

Ricamo. — *vedi* Disegno e taglio di biancheria — Macchine da cucire — Monogrammi — Ornatista — Piccole industrie — Ricettario domestico.

Ricchezza mobile, dell'Avv. E. Bruni, p. viii-218. 1 50
— *vedi anche* Esattore — Imposte dirette — Prontuario di valutazione.

Ricettario domestico, dell'ing. I. Ghersi. Adornamento della casa. Arti del disegno. Giardinaggio. Conservazione di animali, frutti, ortaggi, piante. Animali domestici e nocivi. Bevande. Sostanze alimentari. Combustibili e illuminazione. Detersione e lavatura. Smacchiatura. Vestiario. Profumeria e toeletta. Igiene e medicina. Mastici e plastica. Colle e gomme. Vernici ed encaustici. Metalli. Vetrerie, di pag. 550 con 2340 consigli pratici e ricette accuratamente scelte . . . 5 50

Ricettario industriale, dell'Ing. I. Ghersi. Procedimenti utili nelle arti, industrie e mestieri. Caratteri, saggio e conservazione delle sostanze naturali ed artificiali d'uso comune. Colori, vernici, mastici, colle, inchiostri, gomma elastica, materie tessili, carta, legno, fiammiferi, fuochi d'artificio, vetro. Metalli: bronzatura, nichelatura, argentatura, doratura, galvanoplastica, incisione, tempera, leghe. Filtrazione. Materiali impermeabili, incombustibili, artificiali. Cascami. Olii, saponi, profumeria, tintoria, smacchiatura, imbianchimento. Agricoltura. Elettricità, 2ª ediz. rifatta e aumentata, di pag. vii-704, con 27 inc. e 2886 ricette 6 50

Ricettario fotografico, del Dott. L. Sassi, p. vi-150. 2 —
— *vedi anche* Arti grafiche — Fotocromatografia — Fotografia industrial — Fotografia pei dilettanti — Fotografia ortocromatica.

Rilievi. — *vedi* Cartografia — Compensazione degli errori.

Rincoti. — *vedi* Imenotteri, ecc.

Riscaldamento e ventilazione degli ambienti abitati. — Vedi *Scaldamento.*

L. c.

Risorgimento italiano (Storia del) **1814-1870**, con l'aggiunta di un sommario degli eventi posteriori, del Prof. F. Bertolini, 2ª ediz., di pag. VIII-208 . . 1 50
— *vedi anche* Storia (Breve) d'Italia — Storia e cronologia — Storia italiana.

Ristauratore dei dipinti, del Conte G. Secco-Suardo, 2 volumi, di pag. XVI-269, XII-362, con 47 inc. 6 —
— *vedi anche* Amatore d'oggetti d'arte e di curiosità.

Ritmica e metrica razionale italiana, del Prof. Rocco Murari, di pag. XVI-216 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Arte del dire — Rettorica — Stilistica.

Rivoluzione francese (La) (1789-1799), del Prof. Dott. Gian Paolo Solerio, di pag. IV-176 . . . . 1 50
— *vedi anche* Napoleone — Risorgimento — Storia di Francia.

Roma antica. — *vedi* Mitologia — Monete — Topografia.

Röntgen (I raggi di) **e le loro pratiche applicazioni**, di Italo Tonta, p. VIII-160, con 65 inc. e 14 tav. 2 50

Rhum. — *vedi* Liquorista.

Saggiatore (Man. del), di F. Buttari, di pag. VIII-245, con 28 incisioni 2 50
— *vedi anche* Leghe metall. — Tav. per l'alligazione.

Sale (Il) **e le Saline**, di A. De Gasparis. (Processi industriali, usi del sale, prodotti chimici, industria manifatturiera, industria agraria, il sale nell'economia pubblica e nella legislaz.), di pag. VIII-358, con 24 inc. . 3 50

Sanatorii. — *vedi* Tisici e sanatorii.

Sanità e sicurezza pubblica. — Vedi *Leggi sulla.*

Sanscrito (Avviamento allo studio del), del Prof. F. G. Fumi, 2ª edizione rifatta, di pag. XII-254 . . . . . 3 —

Saponeria. — *vedi* Industria saponiera — Profumiere.

Sarta da donna. — *vedi* Confezione di abiti — Biancheria.

Scacchi (Manuale del giuoco degli), di A. Seghieri, 2ª ediz. ampliata da E. Orsini, con una append. alla sezione delle partite giuocate e una nuova raccolta di 52 problemi di autori ital. di pag. VI-310, con 191 incisioni 3 —

Scaldamento e ventilazione degli ambienti abitati, di R. Ferrini, 2ª ediz. rifatta, di pag. VIII-300, con 98 incisioni . . . . . 3 —

Scherma italiana (Manuale di), su i principii ideati da Ferdinando Masiello, del Comm. J. Gelli, di pagine VIII-194, con 66 tavole 2 50
— *vedi anche* Duello — Codice cavalleresco — Pugilato

Sciarade. — *vedi* Enimmistica.

Scienza delle finanze, di T. Carnevali, pag. IV-140. 1 50

Scienze. — *vedi* Classificazione delle scienze.

Scritture d'affari (Precetti ed esempi di), per uso delle scuole tecniche, popolari e commerciali, del Prof. D. Maffioli, 2ª ediz., di pag. VIII-203 . . . . . 1 50

L. c.

Sconti. — *vedi* Interesse e sconto.

Scultura italiana antica e moderna (Manuale di), dell'Arch. Prof. A. MELANI, 2.ª edizione rifatta con 24 incis. nel Testo e 100 Tavole, di pag. XVII-248 . . 5 —

Scuole industriali. — *vedi* Industrie (Piccole).

Segretario comunale. — *vedi* Esattore.

Selvicoltura, di A. SANTILLI, di pag. VIII-220, e 46 inc. 2 —

Semeiotica. Breve compendio dei metodi fisici di esame degli infermi, di U. GABBI, di pag. XVI-216, con 11 inc. 2 50

Sericoltura. — *vedi* Bachi da seta — Filatura — Gelsicoltura — Industria della seta — Tintura della seta.

Servitù. — *vedi* Ingegneria legale.

Shakespeare, di DOWDEN, traduzione di A. BALZANI, di pag. XII-242 . . . . . 1 50

Sicurezza pubblica. — *vedi* Sanità.

Siderurgia (Manuale di), dell'Ing. V. ZOPPETTI, pubblicato e completato per cura dell'Ing. E. GARUFFA, di pag. IV-368, con 220 incisioni 5 50
— *vedi anche* Fonditore — Operaio.

Sieroterapia, del Dott. E. REBUSCHINI, di pag. VIII-424. 3 —
— *vedi anche* Impiego ipodermico.

Sigle epigrafiche. — *vedi* Dizionario di abbreviature.

Sismologia, del Capitano L. GATTA, di pag. VIII-175, con 16 incisioni e 1 carta 1 50
— *vedi anche* Vulcanismo.

Smacchiatura. — *vedi* Ricettario domestico.

Smalti. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità.

Soccorsi d'urgenza, del Dott. C. CALLIANO, 4ª ediz. riveduta e ampliata, di pag. XLVI-352, con 6 tav. litogr. 3 —
— *vedi anche* Assistenza infermi — Igiene — Infortunii.

Socialismo, di G. BIRAGHI, di pag. XV-285 . . . . 3 —

Società di mutuo soccorso. Norme per l'assicurazione delle pensioni e dei sussidi per malattia e per morte, del Dott. G. GARDENGHI, di pag. VI-152. 1 50

Sociologia generale (Elementi di), del Dott. EMILIO MORSELLI, di pag. XII-172 . . . . . 1 50
— *vedi* anche Cooperazione.

Sordomuto (Il) **e la sua istruzione.** Manuale per gli allievi e le allieve delle R. Scuole normali, maestri e genitori, del Prof. P. FORNARI, di p. VIII-232, con 11 inc. 2 —
— *vedi anche* Ortofrenia.

Sostanze alimentari. — *vedi* Adulterazione — Analisi delle — Conservazione delle.

Specchi. — *vedi* Fabbricazione degli specchi.

Spettroscopio (Lo) **e le sue applicazioni,** di R. A. PROCTOR, trad. con note ed aggiunte di F. PORRO, di pag. VI-178, con 71 inc. e una carta di spettri. . 1 50

L. c.

Spiritismo, di A. Pappalardo, di pag. xvi-204 . . 2 —
— *vedi anche* Magnetismo — Telepatia.

Spirito di vino. — *vedi* Alcool — Cognac — Distillazione
Liquorista.

Sport. — *vedi* Ballo — Biliardo — Cacciatore — Canottaggio — Cavallo — Dizionario di termini delle corse — Duellante — Filonauta — Ginnastica — Giuochi — Lawn-Tennis — Nuotatore — Pugilato — Scacchi — Scherma.

Stagno (Vasellame di). — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità — Leghe metalliche.

Statica (Principî di) **e loro applicazione alla teoria e costruzione degli strumenti metrici,** dell'Ing. E. Bagnoli, pag. viii-252 con 192 inc. 3 50
— *vedi anche* Metrologia.

Statistica, del Prof. F. Virgilii, 2ª ediz., di p. viii-176. 1 50

Stelle. — *vedi* Astronomia — Cosmografia — Gravitazione — Spettroscopio.

Stemmi. — *vedi* Araldica — Numismatica — Vocab. arald.

Stenografia, di G. Giorgetti (secondo il sistema Gabelsberger-Noe), 2ª edizione, di pag. iv-241. . . . . 3 —

Stenografia (Guida per lo studio della) sistema Gabelsberger-Noe, compilata in 35 lezioni da A. Nicoletti, 2ª ediz. riveduta, di pag. xvi-160 . . . . . 1 50

Stenografia. Esercizi graduali di lettura e di scrittura stenografica (sistema Gabelsberger-Noe), con tre novelle, del Prof. A. Nicoletti, di pag. viii-160 . . 1 50
— *vedi anche* Dizionario stenografico.

Stereometria applicata allo sviluppo dei solidi e alla loro costruzione in carta, del Prof. A. Rivelli, di pag. 90, con 92 incis. e 41 tav. 2 —

Stilistica, del Prof. F. Capello di pag. xii-164 . . 1 50
— *vedi anche* Arte del dire — Rettorica.

Stimatore d'arte. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità — Amatore di maioliche e porcellane — Armi antiche.

Storia antica. Vol. I. *L'Oriente Antico,* del Prof. I. Gentile, di pag. xii-232. . . . . 1 50
Vol. II. *La Grecia,* di G. Toniazzo, di pag. vi-216. 1 50

Storia dell'arte militare antica e moderna, del Cap. V. Rossetto. con 17 tav. illustr., di p. viii-504. 5 50
— *vedi anche* Armi antiche.

Storia e cronologia medioevale e moderna, in CC tavole sinottiche, del Prof. V. Casagrandi, 3ª edizione. (In lavoro).

Storia della ginnastica. — Vedi *Ginnastica.*

L. c.

Storia d'Italia (Breve), del Prof. P. Orsi, 2ª ediz. riveduta, di p. XII-276 . . . . . 1 50

Storia di Francia, dai tempi più remoti ai giorni nostri, di G. Bragagnolo, di pag. XVI-424, con tabelle cronologiche e genealogiche . . . . . 3 —

— *vedi anche* Napoleone I — Rivoluzione francese.

Storia italiana (Manuale di), C. Cantù, di pag. IV-160 (esaurita).

— *vedi anche* Risorgimento.

Storia della musica, del Dott. A. Untersteiner, di pag. 300. 2ª ediz. (In lavoro).

Storia naturale dell'uomo e suoi costumi. — *vedi* Antropologia — Etnografia — Fisiologia — Grafologia — Paleografia.

Strade. — *vedi* Ingegneria legale.

Strumentazione (Man. di), di E. Prout, traduzione italiana con note di V. Ricci, 2ª edizione (In lavoro).

Strumenti ad arco (Gli) **e la musica da camera,** del Duca di Caffarelli F., di pag. X-235 . . . . 2 50

— *vedi anche* Armonia — Cantante — Chitarra — Mandolinista — Pianista.

Strumenti metrici. — *vedi* Metrologia — Statica.

Stufe. — *vedi* Scaldamento.

Suono. — *vedi* Luce e suono.

Sussidi. — *vedi* Società di mutuo soccorso.

Tabacco, del Prof. G. Cantoni, di p. IV-176, con 6 inc. 2 —

Tabacchiere artistiche. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità.

Tacheometria. — *vedi* Celerimensura — Telemetria — Topografia — Triangolazioni.

Taglio e confezione biancheria. — *vedi* Confezione — Disegno.

Tamarindo. — *vedi* Prodotti agricoli.

Tappezzerie. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e curiosità.

Tariffe ferroviarie. — *v.* Codice dog. — Trasporti e tariffe.

Tartufi (I) **ed i funghi,** loro natura, storia, coltura, conservazione e cucinatura, di Folco Bruni, di p. VIII-184. 2 —

— *vedi anche* Funghi.

Tasse di registro, bollo, ecc. — *vedi* Codice del bollo — Leggi sulle Tasse Registro e Bollo. — Notaro. — Registro e bollo.

Tasse. — *vedi* Esattore — Imposte — Ricchezza mobile.

Tassidermista. — *vedi* Imbalsamatore — Naturalista viagg.

Tavole logaritmiche. — *vedi* Logaritmi.

Tè. — *vedi* Prodotti agricoli.

Teatro. — *vedi* Letteratura drammat. — Codice del teatro.

Tecnica microscopica. — *vedi* Anatomia microscopica.

Tavole per l'alligazione oro e argento, di F. Buttari. (In lavoro).

— *vedi anche* Leghe metalliche — Saggiatore.

Tecnica protistologica, del Prof. L. Maggi, di pag. XVI-318 . . . . . 3 —

— *vedi anche* Protistologia.

L. c.

Tecnologia. — *vedi* Dizionario tecnico.

Tecnologia meccanica. — *vedi* Modellatore meccanico.

Tecnologia e terminologia monetaria, di G. Sacchetti. di pag. XVI-191 . . . . . 2 —

Telefono, di D. V. Piccoli. di pag. IV-120, con 38 inc. 2 —

Telefoni. — *vedi* Ingegneria legale.

Telegrafia, del Prof. R. Ferrini, 2ª edizione corretta ed accresciuta, di pag. VIII-315, con 104 incisioni . . 2 —

— *vedi anche* Cavi e telegrafia sottomarina.

Telemetria, misura delle distanze in guerra, del Cap. G. Bertelli, di pag. XIII-145, con 12 zincotipie. 2 —

Telepatia (Trasmissione del pensiero), di A. Pappalardo, di pag. XVI-329 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Magnetismo e ipnotismo — Spiritismo.

Tempera e cementazione, dell'Ing. Fadda, di pagine VIII-108, con 20 incisioni . . . . . 2 —

Teoria dei numeri (Primi elementi della), per il Prof. U. Scarpis, di pag. VIII-152 . . . . . 1 50

Teoria delle ombre, con un cenno sul Chiaroscuro e sul colore dei corpi, del Prof. E. Bonci, di pag. VIII-164, con 26 tavole e 62 figure . . . . . 2 —

Terapeutica. — *vedi* Impiego ipodermico e la dosatura dei rimedi.

— *vedi anche* Farmacista — Materia medica — Medicatura antisettica — Semeiotica.

Terapia delle malattie dell'infanzia, del dottor C. Cattaneo (in lavoro).

Termodinamica, del Prof. C. Cattaneo, di p. X-196, con 4 figure 1 50

Terremoti. — *vedi* Sismologia — Vulcanismo.

Terreni. — *vedi* Chimica agraria e concimi — Humus.

Tessitore (Manuale del), del Prof. P. Pinchetti, 2ª edizione riveduta, di pag. XVI-312, con illustrazioni. 3 50

— *vedi anche* Filatura — Piante tessili — Tessitura, ecc.

Testamenti (Manuali dei), per cura del Dott. G. Serina, di pag. VI-238 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Notaio.

Tigrè-italiano (Manuale), con due dizionarietti italiano-tigrè e tigrè-italiano ed una cartina dimostrativa degli idiomi parlati in Eritrea, del Cap. Manfredo Camperio, di pag. 180 . . . . . 2 50

— *vedi anche* Arabo parlato — Grammatica galla — Lingue dell'Africa.

Tintore (Manuale del), di R. Lepetit, 3ª ediz., di pagine X-279, con 14 incisioni . . . . . 4 —

L. c.

Tintura della seta, studio chimico tecnico, di T. Pascal, di pag. XVI-432. . . . . 5 —
— *vedi anche* Industria della seta.

Tipografia (Vol. I). Guida per chi stampa e fa stampare. — Compositori, e Correttori, Revisori, Autori ed Editori, di S. Landi, di pag. 280 . . . . . 2 50

Tipografia (Vol. II). Lezioni di composizione ad uso degli allievi e di quanti fanno stampare, di S. Landi, di pag. VIII-271, corredato di figure e di modelli . . 2 50
— *vedi anche* Vocabolario tipografico.

Tisici e i sanatorii (La cura razionale dei), del Dott. A. Zubiani, prefazione del Prof. B. Silva, di pag. XVI-240, con 4 incisioni . . . . . 2 —

Titoli di rendita. — *vedi* Debito pubblico — Valori pubbl.

Topografia e rilievi. — *vedi* Cartografia — Catasto italiano — Celerimensura — Compensazione degli errori — Curve — Disegno topografico — Estimo dei terreni — Estimo rurale — Geometria pratica — Prospettiva — Regolo calcolatore — Telemetria — Triangolazioni topografiche e triangolazioni catastali.

Topografia di Roma antica, di L. Borsari, di pagine VIII-436, con 7 tavole. 4 50

Tornitore meccanico (Guida pratica del), ovvero sistema unico per calcoli in generale sulla costruzione di viti e ruote dentate, arricchita di oltre 100 problemi risolti di S. Dinaro, 2ª ediz. di pag. XII-175 . 2 —
— *vedi anche* Meccanico — Montatore di macchine — Operaio.

Traduttore tedesco (Il), compendio delle principali difficoltà grammaticale della Lingua Tedesca, del Prof. R. Minutti, di pag. XVI-224 . . . . . 1 50

Trasporti, tariffe, reclami ferroviari ed operazioni doganali. Manuale pratico ad uso dei commercianti e privati, colle norme per l'interpretazione delle tariffe e disposizioni vigenti, per A. G. Bianchi, con una carta delle reti ferroviarie italiane, di p. XVI-152. 2 —
— *vedi anche* Codice doganale.

Travi metallici composti — V. *Momenti resistenti.*

Triangolazioni topografiche e triangolazioni catastali, dell'Ing. O. Jacoangeli. Modo di fondarle sulla rete geodetica, di rilevarle e calcolarle, di p. XIV-240, con 32 inc., 4 quadri degli elementi geodetici, 32 modelli pei calcoli trigonometrici e tav. ausiliarie. 7 50
— *vedi anche* Cartografia — Celerimensura — Disegno topografico — Geometria pratica — Geografia metrica — Prospettiva — Regolo calcolatore — Telemetria.

L. c.

Trigonometria. — *vedi* Geometria metrica — Logaritmi.

Tubercolosi. — *vedi* Tisici.

Uccelli. — *vedi* Zoologia.

Ufficiale (Manuale per l') del Regio Esercito italiano, di U. Morini, di pag. XX-388 . . . . . 3 50
— *vedi anche* Codice cavalleresco — Duellante — Scherma.

Unità assolute. Definizione, Dimensioni, Rappresentazione, Problemi, dell'Ing. G. Bertolini, pag. X-124. 2 50

Usciere. — *vedi* Conciliatore.

Utili. — *vedi* Interessi e sconto — Prontuario del ragioniere.

Uva spina. — *vedi* Frutta minori.

Uve da tavola. Varietà, coltivazione e commercio, del Dott. D. Tamaro, terza edizione, di pag. XVI-278, con 8 tavole colorate, 7 fototipie e 57 incisioni. . . 4 —
— *vedi anche* Densità dei mosti — Enologia — Viticoltura.

Valli lombarde. — *vedi* Dizionario alpino — Prealpi Bergamasche.

Valori pubblici (Manuale per l'apprezzamento dei) e per le operazioni di Borsa, del Dott. F. Piccinelli, 2ª edizione completamente rifatta e accresciuta, di pagine XXIV-902. . . . . 7 50
— *vedi anche* Debito pubblico.

Valutazioni. — *vedi* Prontuario del ragioniere.

Vasellame antico. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità.

Veleni ed avvelenamenti, del Dott. C. Ferraris, di pag. XVI-208, con 20 incisioni 2 50

Velocipedi — *vedi* Ciclista.

Ventagli artistici. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte e di curiosità.

Ventilazione. — *vedi* Scaldamento.

Verbi greci anomali (I), del Prof. P. Spagnotti, secondo le Gramm. di Curtius e Inama, di p. XXIV-107. 1 50
— *vedi anche* — Esercizi greci — Grammatica greca — Letteratura greca — Morfologia greca.

Verbi latini di forma particolare nel perfetto e nel supino, di A. F. Pavanello, con indice alfabetico di dette forme, di pag. VI-215 . . . . . 1 50
— *vedi anche* — Esercizi latini — Fonologia latina — Grammatica latina — Letteratura romana.

Vermouth. — *vedi* Liquorista.

L. c.

Vernici, lacche, mastici, inchiostri da stampa, ceralacche e prodotti affini (Fabbricazione delle), dell'Ing. Ugo Fornari, di pag. VIII-262 . . . . . 2 —
— *vedi anche* Colori e vernici — Ricettario domestico — Ricettario industriale.

Veterinaria. — *vedi* Alimentazione del bestiame — Bestiame — Cane — Cavallo — Coniglicoltura — Igiene veter. — Immunità — Maiale — Zoonosi — Zootecnia.

Vetri artistici. — *vedi* Amatore di oggetti d'arte — Fabbricazione degli specchi, ecc. — Fotosmaltografia.

Vinacce — *vedi* Distillazione — Cognac.

Vini bianchi da pasto e Vini mezzocolore (Guida pratica per la fabbric., l'affinamento e la conservaz. dei), del Barone G. a Prato, di pag. XII-276, con 40 incisioni . . . . . 2 —

Vino (Il), di G. Grazzi-Soncini, di pag. XVI-152. . . 2 —
— *vedi anche* Densità dei mosti — Enologia — Malattie — Produzione dei vini. — Distillazione.

Vino aromatizzato. — *vedi* Cognac — Liquorista

Viticoltura. Precetti ad uso dei Viticoltori italiani, del Prof. O. Ottavi, rived. ed ampliata da A. Strucchi, 4ª ediz., di pag. XVI-200, con 22 incisioni . . . . . 2 —
— ed enologia. — *vedi* Alcool — Analisi del vino — Cantiniere — Cognac — Densità dei mosti — Enologia — Enologia domestica — Liquorista — Malattie ed alterazioni dei vini — Produzione e commercio del vino — Uve da tavola — Vini bianchi — Vino.

Vocabolarietto pei numismatici (in 7 lingue), del Dott. S. Ambrosoli, di pag. VIII-134 . . . . . 1 50
— *vedi anche* Monete — Numismatica.

Vocabolario araldico ad uso degli italiani, del Conte G. Guelfi, di pag. VIII-294, con 356 incis. 3 50
— *vedi anche* Grammatica araldica.

Vocabolario compendioso della lingua russa, del Prof. Voinovich, di pag. XVI-238 . . . . . 3 —
— *vedi anche* Grammatica russa.

Vocabolario tipogràfico, di S. Landi. (In lavoro).

Volapük (Dizionario italiano-volapük), preceduto dalle Nozioni compendiose di grammatica della lingua, del Prof. C. Mattei, secondo i principii dell'inventore M. Schleyer, ed a norma del *Dizionario Volapük* ad uso dei francesi, del Prof. A. Kerckhoffs, p. XXX-198. 2 50

Volapük (Dizion. volapük-italiano), del Prof. C. Mattei, di pag. XX-204 . . . . . 2 50

L. c.

Volapük, Manuale di conversazione e raccolta di vocaboli e dialoghi italiani-volapük, per cura di M. Rosa Tommasi e A. Zambelli, di pag. 152 . . . . . 2 50

Vulcanismo, del Cap. L. Gatta. di p. VIII-268 e 28 inc. 1 50

— *vedi anche* Sismologia — Termodinamica.

Zecche. — *vedi* Terminologia monetaria.

Zoologia, dei Proff. E. H. Giglioli e G. Cavanna,

I. Invertebrati, di pag. 200, con 45 figure . . . 1 50

II. Vertebrati. Parte I, Generalità, Ittiopsidi (Pesci ed Anfibi), di pag. XVI-156, con 33 incisioni. 1 50

III. Vertebrati. Parte II, Sauropsidi, Teriopsidi (Rettili, Uccelli e Mammiferi), di pag. XVI-200, con 22 incisioni 1 50

— *vedi anche* Anatomia e fisiologia comparate — Animali parassiti dell'uomo — Animali da cortile — Apicoltura — Bachi da seta — Batteriologia — Bestiame — Biologia — Cane — Cavallo — Coleotteri — Colombi — Coniglicoltura — Ditteri — Embriologia e morfologia generale — Imbalsamatore — Imenotteri — Insetti nocivi — Insetti utili — Lepidotteri — Maiale — Naturalista viaggiatore — Ostricoltura e mitilicoltura — Piscicoltura — Pollicoltura — Protistologia — Tecnica protistologica — Zootecnia.

Zoonosi, del Dott. B. Galli Valerio, di pag. XV-227. 1 50

Zootecnia, del Prof. G. Tampelini, di pag. VIII-297, con 52 incisioni 2 50

— *vedi anche* Alimentazione del bestiame — Bestiame — Cane — Cavallo — Maiale.

Zucchero. — *vedi* Industria dello zucchero.

INDICE ALFABETICO DEGLI AUTORI

Ab-Ber

Pag.

Abbo P. Nuotatore 42
Acqua C. Microscopio 40
Adler G. Esercizi di lingua tedesca 23
Aducco A. Chimica agraria. . 11
Airy G. B. Gravitazione 30
Alasia C. Esercizi di Trigonometria piana 23
— Geometria della sfera . . 28
Alberti F. Il bestiame e l'agricoltura 9
Albicini G. Diritto civile 18
Albini G. Fisiologia 25
Alessandri P. E. Analisi chimica 5
— Analisi volumetrica 5
— Chimica appl. all'Igiene . 11
— Infezione, Disinfezione . . 32
— Farmacista (Manuale del). 24
— Sostanze alimentari: . . . 5
Allori A. Dizionario Eritreo. . 20
Aloi A. Olivo ed olio 42
— Agrumi. 3
Ambrosoli S. Atene 8
— Monete greche. 41
— Numismatica. 42
— Vocabolarietto pei numismatici 56
Amezaga (De). Marino (Manuale del) 38
Antilli A. Disegno geometrico. 18
Appiani G. Colori e vernici . . 14
Arlia C. Dizionario bibliogr. . 19
Arrighi C. Dizionario milanese. 20
Arti grafiche, ecc. 7
Aschieri F. Geometria analitica dello spazio 28
— Geometria anal. del piano. 28
— Geometria descrittiva. . . 28
— Geometria projettiva del piano e della stella 28
— Geom. projett. dello spazio. 28

Pag

Azzoni F. Debito pubblico italiano 17
Baccarini P. Malattie crittogamiche 37
Baddeley V. Lawn-Tennis . . . 33
Bagnoli E. Statica. 51
Balfour Stewart. Fisica 25
Ball J. Alpi (Le) 4
Ball R. Stawell. Meccanica. . . 38
Ballerini O. Fiori artificiali . . 25
Balzani A. Shakespeare 50
Baroschi E. Fraseologia franc. 26
Barpi U. Igiene veterinaria. . 31
— Abitaz. degli anim. domestici 3
Barth M. Analisi del vino. . . 5
Bassi D. Mitologie orientali . 40
Belfiore G. Magnetismo ed ipnotismo 37
Bellini A. Igiene della pelle. . 30
Bellio V. Mare (Il). 37
— Cristoforo Colombo. 16
Bellotti G. Luce e colori. . . . 36
Belluomini G. Calderaio prat.. 10
— Cubatura dei legnami. . . 16
— Falegname ed ebanista. . 24
— Fonditore 25
— Operaio (Manuale dell'). . 42
— Peso dei metalli. 44
Beltrami L. Manzoni 37
Benetti J. Meccanica 38
Bergamaschi C. Contabilità domestica 15
— Ragioneria industriale . . 47
Bernardi G. Armonia 7
Bernhard. Infortunii di mont. 32
Bertelli G. Disegno topografico. 19
— Telemetria 53
Bertolini F. Risorgimento italiano (Storia del). 49
Bertolini G. Unità assolute . . 55

Pag.

Besta R. Anat. e fisiol. compar. 5
Bettei V. Morfologia greca . . 41
Bettoni E. Piscicoltura 44
Biagi G. Bibliotec. (Man. del). 9
Bianchi A. G. Trasporti, tariffe, reclami, operaz. doganali . 54
Bignami-Sormani E. Dizionario alpino italiano 19
Biraghi G. Socialismo. 50
Bisconti A. Esercizi greci . . . 23
Bock C. Igiene privata. 30
Boito C. Disegno (Princ. del). 18
Bombicci L. Mineral. generale. 40
— Mineralogia descrittiva . . 40
Bonacini C. Fotografia ortocr. 26
Bonci E. Teoria delle ombre . 53
Bonelli L. Grammatica turca. 30
Bonetti E. Disegno, taglio e confezione di biancheria. . 19
Bonino G. B. Dialetti greci . . 17
Bonizzi P. Animali da cortile. 5
— Colombi domestici 13
Borletti F. Celerimensura . . . 11
Borsari L. Topog di Roma ant. 54
Boselli E. Gioielleria e orefic. 28
Bragagnolo G. Storia di Francia 52
Brigiuti L. Letterat. egiziana. 34
Brocherel G. Alpinismo 4
Brown H. T. Meccanismi (500). 38
Bruni F. Tartufi e funghi . . . 52
Bruni E. Catasto italiano . . . 11
— Codice doganale italiano. 12
— Contabilità dello Stato . . 15
— Imposte dirette 31
— Legislazione rurale. 34
— Ricchezza mobile. 48
Bucci di Santafiora. Marino . . 38
Budan E. Racc. d'autografi . . 4
Burali-Forti C. Logica matem. 36
Buttari F. Saggiat. (Man. del). 49
— Tav. per l'alligaz. oro e arg. 52
Caffarelli F. Strumenti ad arco. 52
Calliano C. Soccorsi d'urgenza. 50
— Assistenza degli infermi . 7
Calzavara V. Industria del gas. 27
Camperio M. Tigrè-ital. (Man.) 53
Canestrini E. Fulmini e paraf. 26
Canestrini G. Apicoltura 6
— Antropologia. 6
Canestrini G. e R. Batteriologia. 9
Cantamessa F. Alcool 4
Cantoni C. Logica 36
Cantoni C. Psicologia. 47
Cantoni G. Frumento e mais. 26

Pag.

Cantoni G. Prato (Il) 45
— Tabacco (Il). 52
Cantoni P., Igroscopi, igrometri, umidità atmosferica . 31
Cantù C. Storia italiana. . . . 52
Capilupi. Assicuraz. agraria . 7
Cappelletti L. Napoleone I. . . 41
Cappelletti L. Letteratura spagnuola e portoghese. 35
Cappelli A. Diz. di abbreviat. 19
Capello F. Rettorica 48
— Stilistica. 51
Carazzi D. Ostricoltura. 43
— Anat. microsc. (Tecn. di) . 5
Carega di Muricce. Agronomia. 3
— Estimo rurale 23
Carnevali T. Scienza finanze . 49
Carraroli A. Igiene rurale. . . 30
Casagrandi V. Storia e cronol. 51
Casali A. Humus (L') 30
Castellani L. Acetilene (L') . . 3
— Incandescenza 31
Castiglioni L. Beneficenza . . 9
Cattaneo C. Dinamica element. 17
— Termodinamica 53
Cattaneo Ces. Terapia infant. 53
Cattaneo G. Embriolog. e morf. 21
Cavanna G. Zoologia 57
Cavara F. Funghi mangerecci. 26
Celoria G. Astronomia 8
Cencelli-Perti A. Macch. agric. 37
Cereti P. E. Esercizi latini . . 23
Cerruti F. Meccanismi (500). . 38
Cerrutti A. Fognat. domestica 25
Cettolini S. Malattie dei vini. 37
Chiesa C. Logismografia . . . 36
Ciàmpoli D. Letterature slave. 35
Cignoni A. Ingegnere navale (Prontuario dell'). 32
Claudi C. Prospettiva. 46
Clerico G. vedi Müller, Metrica.
Collamarini G. Biologia. 9
Colombo G. Ingegnere civile . 32
— Elettricista (Man. dell') . . 21
Colombo L. Nutriz. del Bamb. 42
Comboni E. Analisi del vino . 5
Concari T. Gramm. italiana. 29
Consoli S. Fonologia latina. . 25
— Letteratura norvegiana . . 35
Conti P. Giardino infantile . . 28
Contuzzi F P. Diritto costituz. 18
— Diritto internaz. privato. 18
— Diritto internaz. pubblico. 18
Corsi E. Codice del bollo . . . 12

	Pag.
Cessa L. Economia politica	21
Cougnet. Pugilato antico e mod.	47
Cova E. Confez. abiti signora.	15
Cremona I. Alpi (Le)	4
Crollalanza G. Araldica. (Gr.)	6
Croppi G. Canottaggio	10
Crotti F. Compens. degli errori.	14
Curti R. Infortuni della mont.	32
Cust R. Rel. e lingue dell'India.	47
— Lingue d'Africa	35
D'Adda L. Marine da guerra	38
Dal Piaz. Cognac	13
Damiani. Lingue straniere	36
Da Ponte M. Distillazione	19
De Amezaga. Marino militare.	38
De Barbieri R. Ind. dello zucch.	32
De Brun A. Contab. comunale.	15
De Cillis E. Densità dei mosti.	17
De Gasparis A. Sale e Saline.	49
De Gregorio G. Glottologia	28
De Gubernatis A. Lett. indiana.	34
— Lingue d'Africa	35
— Mitologia comparata.	40
— Relig. e lingue dell'India.	47
Dell'Acqua F. Morte (La) vera e la morte apparente	41
Del Lupo M. Pomol. artificiale.	45
De Marchi L. Meteorologia	39
— Climatologia	12
De Mauri L. Amatore di Maioliche e Porcellane	4
— Amatore d'oggetti d'arte.	5
De Sterlich. Arabo parlato	6
Dessy. Elettrotecnica	21
Dib Khaddag. Arabo parlato	6
Di Maio F. Pirotecnica	44
Dinaro S. Tornitore meccanico.	54
— Montatore di Macchine	41
Dizionario universale in 4 lingue.	20
Dowden. Shakespeare	50
Doyen C. Litografia	36
Enciclopedia Hoepli.	21
Erede G. Geometria pratica	28
Fabris G. Olii	42
Fadda. Tempera e cementaz.	53
Falcone C. Anat. topografica.	5
Faralli G. Ig. della vita pub. e pr.	31
Fenini C. Letteratura italiana.	35
Fenizia C, Evoluzione	23
Ferrari D. Arte (L') del dire	7
Ferraris C. Veleni ed avvelen.	55
Ferrini C. Digesto (Il)	17
— Diritto penale romano	18
— Diritto romano	18

	Pag.
Ferrini R. Elettric. (Man. dell').	21
— Energia fisica	21
— Galvanoplastica	27
— Scaldamento e ventilaz.	49
— Telegrafia	53
Filippini P. Estimo dei terreni.	23
Finzi J. Psichiatria.	47
Fiorilli C. Omero	42
Fiori A. Dizionario tedesco.	20
— Conversazione tedesca	15
Fontana-Russo. Ind. d. zucch.	32
Foresti A. Mitologia greca	40
Formenti C. Alluminio	4
Fornari P. Sordomuto (Il)	50
Fornari U. Vernici e lacche	56
— Luce e suono.	36
— Calore (Il).	10
Foster M. Fisiologia	25
Franceschi G. Cacciatore	10
— Concia pelli.	14
— Conserve alimentari	15
Franceschini F. Insetti utili	33
— Insetti nocivi.	33
Franchi L. Codici.	12-13
— Lavori pubblici (Leggi sui).	34
— Leggi sulle tasse di reg. e b.	34
— Ordinamento giudiziario.	34
— Registro e bollo.	34
— Sanità e sicurezza pubbl.	34
Friedmann S. Lingua gotica	35
Friso L. Filosofia morale	25
Frisoni G. Gramm. port.-bras.	30
— Gramm. Danese-Norveg.	29
Fumagalli G. Bibliotecario	9
— Paleografia	43
Fumi F. G. Sanscrito	49
Funaro A. Concimi (I)	14
Gabba L. Chimico (Man. del).	12
— Seta (Industria della)	32
— Adult. e falsific. deglialim.	3
Gabbi U. Semeiotica	50
Gabelsberger-Noë. Stenografia.	51
Gabrielli F. Giuochi ginnastici.	28
Gagliardi E. Corrisp. commerc.	15
— Interesse e sconto	33
— Prontuario del ragioniere.	46
Galassini. A. Macc. cuc. e ricam.	37
Frisoni G. Gram. danese-norv.	29
Galletti E. Geografia	27
Galli G. Igiene privata	30
Galli Valerio B. Zoonosi	57
— Immunità e resist. alle mal.	31
Gallizia P. Resistenza dei materiali	48

	Pag.
Gardenghi G. Soc. di mutuo socc.	50
Garetti A. Notaio (Man. del)	42
Garibaldi C. Econ. matematica.	21
Garnier-Valletti. Pomologia	45
Garollo G. Atl. geog.-st. d'Ital.	8
— Dizionario geografico	20
— Prontuario di geografia	46
Garuffa E. Orologeria	43
— Siderurgia	50
Gaslini A. Prodotti del Tropico.	46
Gatta L. Sismologia	50
— Vulcanismo	57
Gautero G. Macch. e fuochista.	36
Gavina F. Ballo (Manuale del).	8
Geikie A. Geografia fisica	27
— Geologia	27
Gelcich E. Cartografia	11
— Ottica	43
Gelli J. Armi antiche	7
— Biliardo	9
— Codice cavalleresco.	12
— Dizionario filatelico	20
— Duellante	21
— Ginnastica maschile	28
— Scherma	49
Gentile I. Archeologia dell'arte.	6
— Geografia classica	27
— Storia antica (Oriente)	51
Gersenio G. Imitaz. di Cristo	31
Gestro R. Natural. viaggiat.	41
— Naturalista preparatore	41
Ghersi I. Ciclista	12
— Galvanostegia	27
— Industrie (Piccole)	32
— Leghe metalliche	34
— Metallocromia	39
— Misure e pesi inglesi	40
— Problemi di geometria	39
— Ricettario domestico.	48
— Ricettario industriale	48
— Conti fatti	15
Giglioli E. H. Zoologia	57
Gioppi L. Crittografia	16
— Dizionario fotografico	20
— Fotografia industriale	26
Giordani G. Proprietario di case	46
Giorgetti G. Stenografia	51
Gibelli G. Idroterapia	30
Giorli E. Disegno industriale.	19
— Aritmetica e Geometria	6
— Meccanico	38
Gitti V. Computisteria	14
— Ragioneria	47
Gladstone W. E. Omero.	42
Gnecchi F. Monete romane	41
Gobbi U. Assicuraz. generale.	7
Goffi V. Disegnat. meccanico.	18
Gorini G. Colori e vernici	14
— Concia di pelli	14
— Conserve alimentari	15
— Metalli preziosi	39
— Olii	42
— Piante industriali.	44
— Pietre preziose	44
Gorra E. Lingue neo-latine	36
— Morfologia italiana.	41
Grawinkel. Elettrotecnica	21
Grassi F. Magnetismo	37
Grazzi-Soncini G. Vino (Il)	56
Griffini A. Coleottori italiani	13
— Ittiologia italiana.	33
— Lepidotteri italiani.	34
— Imenotteri italiani	31
Grothe E. Filatura, tessitura.	24
Grove G. Geografia	27
Guaita L. Colori e la pittura.	14
Guasti C. Imitaz. di Cristo	31
Guelfi G. Vocabolario araldico.	56
Haeder H. Costr. macch. a vap.	16
Hoepli U. Enciclopedia.	21
Hooker I. D. Botanica	9
Hugues L. Esercizi geografici.	23
— Imitazione di Cristo	31
Imperato F. Attrezz. delle navi.	8
Inama V. Antichità greche	6
— Letteratura greca.	34
— Grammatica greca	29
— Filologia classica.	24
— Florilegio poetico	25
— Esercizi greci	23
Issel A. Naturalista viaggiat.	41
Jacoangeli O. Triangol. topog.	54
Jenkin F. Elettricità.	21
Jevons W. Stanley. Econ. polit.	21
— Logica	36
Jona E. Cavi telegraf. sottom.	11
Jones E. Calore (Il)	10
— Luce e suono.	36
Kiepert R. Atl. geogr. univers.	8
— Esercizi geografici	23
Kopp W. Antich. priv. dei Rom.	6
Krönke G. H. A. Curve	17
La Leta B. M. Cosmografia	16
— Gnomonica	29
Landi D. Dis. di projez. ortog.	19
Landi S. Tipografia (I°). Guida	54
— Tipogr. (II°). Comp.-tip.	54
— Vocabolario tipografico	56
Lange O. Letteratura tedesca.	35
Lanzoni P. Geogr. comm. econ.	27

Pag.

Leoni B. Lavori in terra. . . . 33
Lepetit R. Tintore. 53
Levi C. Fabbricati civ. di abitaz. 24
Levi C. Letterat. drammatica 34
Levi I. Gramm. lingua ebraica. 29
Librandi V. Gramm. albanese. 29
Licciardelli G. Coniglicoltura. 15
LignaroloM. Doveri del macch. 21
— Macchinista navale. 37
Lion A. Ingegneria legale . . 33
Lioy P. Ditteri italiani. 19
Livi L. Antropometria. 6
Locella G. Dizionario tedesco. 20
Lockyer I. N. Astronomia . . . 8
Lombardini A. Anat. pittorica. 5
Lombroso C. Grafologia 29
Lomonaco A. Igiene della vista. 31
Loria L. Curve 17
— Macchinista e fuochista. . 36
Loris. Diritto amministrativo. 18
— Diritto civile. 18
Lovera R. Gramm. greca mod. 29
— Grammatica rumena. . . . 30
Luxardo O. Merceologia 39
Maffioli D. Diritti e dov. dei citt. 17
— Scritture d'affari 49
Maggi L. Protistologia 46
— Tecnica protistologica. . . 52
Mainardi G. Esattore 22
Malacrida G. Materia medica. 38
— Impiego ipodermico e la dosatura dei rimedi 31
Malfatti B. Etnografia. 23
Manetti L. Caseificio. 11
Mantovani G. Psicol. fisiologica. 47
Marazza E. Industria stearica. 32
— Industria saponaria 32
Marcel C. Lingue straniere. . 36
Marchi E. Maiale (Il) 37
Marcillac F. Letter. francese. 34
Marzorati E. Codice perito misuratore 13
Mastrigli L. Cantante 10
— Pianista 44
Mattei C. Volapük (Dizion.). . 56
Mazzocchi L. Calci e cementi. 10
— Cod. d. perito misuratore. 13
Mazzoccolo E. Legge comunale. 33
— Legge (Appendice alla) . . 34
Melani A. Architettura italiana. 6
— Decoraz. e industrie artist. 17
— Ornatista 43
— Pittura italiana 45
— Scultura italiana 50

Pag.

Menozzi. Alimentaz. bestiame. 4
Mercanti F. Animali parassiti. 6
Mina G. Modellat. meccanico. 40
Minutti. R. Letterat. tedesca . 35
— Traduttore tedesco 54
Molina R. Esplodenti 23
Molon G. Pomologia 45
Mondini. Produzione dei vini 46
Montemartini L. Fisiol. vegetale 25
Moreschi N. Antichità private dei Romani. 6
Morgana G. Gramm. olandese. 30
Morini U. Uffic. (Man. per l'). 55
Morselli E. Sociologia generale. 50
Muffone G. Fotografia 26
Müller L. Metrica dei Greci e dei Romani. 39
Müller O. Logaritmi. 36
Murani O. Fisica 25
Murari R. Ritmica 49
Naccari G. Astronomia nautica. 8
Nallino A. Arabo parlato . . . 6
Namias R. Chimica fotografica. 12
— Fabbricaz. degli specchi. 24
— Processi fotomeccanici . . 45
Nazari O. Dialetti italici. . . . 17
Negrin C. Paga giornaliera (Prontuario della) 43
Nenci T. Bachi da seta 8
Niccoli. Alimentaz. bestiame. 4
Niccoli V. Cooperazione rurale. 15
— Economia dei fabbr. rurali. 21
— Prontuario dell'agricoltore. 46
Nicoletti A. Stenografia 51
— Esercizi di stenografia . . 51
Olivari G. Filonauta. 24
Olmo C. Diritto ecclesiastico. 18
Orlandi G. Celerimensura . . . 11
Orsi P. Storia d'Italia 52
Orsini E. Scacchi. 49
Ottavi O. Enologia. 22
— Viticoltura 56
Ottino G. Bibliografia. 9
Pagani C. Assicuraz. sulla vita. 7
Paganini A. Letterat. francese. 34
Paganini P. Fotogrammetria . 26
Palumbo R. Omero. 42
Panizza F. Aritmetica razion. 6
— Aritmetica pratica 6
— Esercizi di Aritmetica raz. 22
Paoloni P. Disegno assonom. . 18
Pappalardo A. Spiritismo . . . 51
— Telepatia 53
Parise P. Ortofrenia 43

Pag.

Paroli E. Grammatica della lingua svedese 30
Pascal T. Tintura della seta . 54
Pascal E. Calcolo differenziale. 10
— Calcolo delle variazioni . . 10
— Calcolo integrale 10
— Determinanti 17
— Eserc. di calcolo infinites. 22
— Funzioni ellittiche 27
— Repertorio di matematiche. 47
Pasqualis L. Filatura seta. . . 24
Pattacini G. Conciliatore. . . . 14
Pavanello F. A. Verbi latini. . 55
Pavia L. Grammatica tedesca. 30
— Grammatica inglese 29
— Grammatica spagnuola . . 30
Pavolini E. Buddismo 9
Pedicino N. A. Botanica 9
Pedretti G. Automobilista (L'). 8
Percossi R. Calligrafia 10
Perdoni T. Idraulica. 30
Petri L. Computisteria agraria. 14
Petzholdt. Bibliotecario 9
Piazzoli E. Illuminaz. elettrica. 31
Piccinelli F. Valori pubblici . . 55
Piccoli D. V. Telefono 53
Pieraccini A. Assist dei pazzi 7
Pilo M. Estetica 23
Pincherle S. Algebra element. 4
— Algebra complementare. . 4
— Esercizi di algebra elem. 22
— Esercizi di geometria. . . 23
— Geometr. metr. e trigonom. 28
— Geometria pura 28
Pinchetti P. Tessitore. 53
Pisani A. Mandolinista 37
— Chitarra 12
Pizzi I. Letteratura persiana. 35
Plebani B., Arte della memoria. 7
Poloni G. Magnet. ed elettricità 37
Pompilio. Panificazione. 43
Porro F. Spettroscopio. 50
— Gravitazione 30
Pozzi G. Regolo calcolatore e sue applicazioni 47
Prat G. Grammatica francese. 29
— Esercizi di traduzione. . . 23
Prato G. Cognac 13
— Vini bianchi 56
Proctor R. A. Spettroscopio. . 50
Prout E. Strumentazione . . . 52
Pucci A. Frutta minori 26
— Piante e fiori 44
Rabbeno A. Mezzeria 40

Pag.

Rabbeno A. Ipot. (Man. per le). 33
Racloppi F. Ordinamento degli Stati liberi d'Europa 42
— Idem, fuori d'Europa . . . 43
Raina M. Logaritmi. 36
Ramorino F. Letterat. romana. 35
Rebuschini E. Organoterapia . 43
— Sieroterapia 50
Regazzoni J. Paleoetnologia. . 43
Repossi A. Igiene scolastica . 31
Restori A. Letterat. provenzale. 35
Revel A. Letteratura ebraica. 34
Ricci A. Marmista 38
Ricci E. Chimica. 11
Ricci S. Epigrafia latina . . . 22
Ricci V. Strumentazione. . . . 52
Righetti E. Asfalto 7
Rivelli A. Stereometria. 51
Roda Flli. Floricoltura 25
Ronchetti G. Pittura per dilett. 45
Roscoe H. E. Chimica. 11
Rossetto V. Arte militare . . . 51
Rossi A. Liquorista. 36
— Profumiere 46
Rossi G. Costruttore navale . 16
Rossotti M. A. Formulario di matematica 25
Rota G. Ragioneria delle cooperative di consumo 47
Sacchetti G. Tecnologia, terminologia monetaria 53
Salvatore A. Infort. sul lavoro 34
Sanarelli. Igiene del lavoro. . 30
Sansoni F. Cristallografia . . 16
Santilli. Selvicoltura 50
Sartori G. Latte, burro e cacio 33
— Caseificio 11
Sartori L. Industr. della carta 31
Sassi L. Carte fotografiche. . 11
— Ricettario fotografico . . . 48
— Fotocromatografia 26
— Proiezioni (Le). 46
Savorgnan. Coltivazione delle piante tessili 14
Scarpis U. Teoria dei numeri. 53
Scartazzini G. A. Dantologia . 17
Schenck E. Travi metallici . . 40
Schiavenato A. Diz. stenogr. . 20
Scolari C. Dizionario alpino . 19
Secco-Suardo. Ristau. dipinti . 49
Seghieri A. Scacchi 49
Sella A. Fisica cristallografica 25
Serina L. Testamenti. 53
Sernagiotto R. Enol. domestica. 22

Pag.

Sessa G. Dottrina popolare. . 21
Severi A. Monogrammi. 41
Siber-Millot C. Molini (Ind. del). 31
Solazzi E. Letteratura inglese. 34
Soldani G. Agronomia e agricoltura moderna 3
Solerio G. P. Rivoluz. francese. 49
Soli G. Didattica. 17
Spagnotti P. Verbi greci. . . . 55
Spataro D. Fognat. cittadina. 25
Stecchi R. Medicina operat. 39
Stoppani A. Geografia fisica . 27
— Geologia. 27
— Prealpi bergamasche. . . . 45
Stoppato A. Diritto penale . . 18
Stoppato L. Fonologia italiana 25
Strafforello G. Alimentazione. 4
— Errori e pregiudizi. 22
— Letteratura americana . . 34
Stratico A. Letterat. albanese. 34
Streker. Elettrotecnica 21
Strucchi A. Cantiniere 10
— Enologia. 22
— Viticoltura 56
Tabanelli N. Codice del teatro 13
Tacchini A. Metrologia. 39
Tamaro D. Frutticoltura. . . . 26
— Gelsicoltura. 27
— Orticoltura 43
— Uve da tavola 55
Tampelini G. Zootecnia. 57
Teloni B. Letteratura assira . 34
Thompson E. M. Paleografia . 43
Tioli L. Acque minerali e cure. 3
Tognini A. Anatomia vegetale. 5
Tolosani D. Enimmistica . . . 21
Tommasi M. R. Manuale di conversaz. italiano-volapük . 57
Toniazzo G. St. ant. (LaGrecia) 51
Tonta I. Raggi Röntgen. . . . 49
Tozer H. F. Geografia classica. 27
Trambusti A. Igiene del lavoro. 30
Trevisani G. Pollicoltura 45
Tribolati F. Araldica (Gramm.). 6

Pag.

Triconi E. Medicat. antisettica.
Trivero C. Classific. d. scienze
Untersteiner A. Storia della musica. . . . . .
Vacchelli G. Costruzioni in calcestruzzo. . . . . .
Valletti F. Ginnast. femminile.
— Ginnastica (Storia della).
Valmaggi L. Grammatica latina. . . . . .
Vecchio A. Cane (Il) . . . . . .
Vender V. Acido solforico, nitrico, cloridrico . . . . . .
Venturoli G. Concia pelli. . . .
— Conserve alimentari . . . .
Vidari E. Diritto commerciale.
— Mandato commerciale . . .
Virgilii F. Cooperazione . . . .
— Econom. matemat. . . . . .
— Statistica . . . . . .
Viterbo E. Grammatica e dizion. dei Galla (Oromonica).
Voinovich. Grammatica russa.
— Vocabol. della lingua russa.
Volpini C. Cavallo . . . . . .
— Dizionario delle corse. . .
— Proverbi sul cavallo. . . .
Webber E. Costruttore delle macchine a vapore . . . . .
— Dizionario tecnico italiano-tedesco-francese-inglese . .
Werth F. Galvanizzazione . .
Voigt W. Fisica cristallograf.
Wolf R. Malattie crittogam.
Zambelli A. Manuale di conversaz. italiano-volapük . .
Zambler A. Medicat. antisett.
Zampini G. Bibbia (Man. della).
— Imitazione di Cristo. . . .
Zigány-Arpád. Letteratura ungherese . . . . . .
Zoppetti V. Arte mineraria . .
— Siderurgia. . . . . .
Zubiani A. Tisici e sanatorii.

Tip. Lombardi di M. Bellinzaghi
Milano - Fiori Oscuri, 7 - Milano

WELLS BINDERY
WALTHAM, MASS.
AUG. 1949

QA459 .G45 SCIII
3 5002 00038 0191

Date Due

AUG 0 7 2003

14336

Math.

QA
459
G45

164726

at. No. 1137